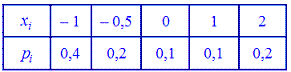
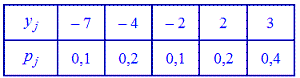
**Дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Примеры вычисления**

Математическое ожидание не дает достаточно полной информации о случайной величине, поскольку одному и тому же значению математического ожидания https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_001.gifможет соответствовать множество случайных величин, будут различаться не только возможными значениями, но и характером распределения и самой природой возможных значений.

**Например.** Законы распределения двух случайных величин https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_002.gifи https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_003.gifзаданные таблицами:

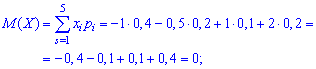


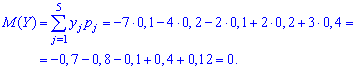


Вычислить математическое ожидание https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_008.gifи https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_009.gif

[Ads by **optAd360**](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=yukhym.com)

Решение. Находим математическое ожидание по класической формуле





Получили, что для двух различных законов распределения математическое ожидание принимает одинаковое значения (0), при этом возможные значения случайных величинhttps://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_012.gif и https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_013.gifразличаются. Из приведенного примера видно, что в случае равенства математических ожиданий https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_014.gifслучайные величин https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_015.gifи https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_016.gifимеют тенденцию к колебаниям относительно https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_017.gifи https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_018.gifпричем https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_019.gifимеет больший размах рассеяния относительно https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_020.gifсравнительно случайной величине https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_021.gifотносительно https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_022.gif. Поэтому математическое ожидание еще называют центром рассеяния. Для определения рассеяния вводится числовая характеристика, называемая Для определения рассеяния вводится числовая характеристика, называемая дисперсией.

[Ads by **optAd360**](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=yukhym.com)

Для определения дисперсии рассматривается отклонение случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_023.gifот своего математического ожидания https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_024.gif

Математическое ожидание такого отклонения случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_025.gifвсегда равна нулю. В этом легко убедиться из следующего соотношения

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_026.gif

Таки образом, отклонение не может быть мерой рассеивания случайной величины.

Дисперсией случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_027.gifназывают математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_028.gifот своего математического ожидания https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_029.gif

дисперсия, формула

Для дискретной случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_031.gifдисперсия вычисляется по формуле

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_032.gif

дисперсия дискретной величины, формула

для непрерывной находят интегрированием

дисперсия непрерывной величины, формула 

Если непрерывная величина заданная на интервале https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_035.gifто дисперсия равна интегралу с постоянными пределами интегрирования

дисперсия величины на интервале, формула

Дисперсия обладает следующими свойствами

1. Если случайная величина состоит из одной тотчки https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_037.gif— постоянная величина, то дисперсия равна нулю

днулю

свойства дисперсии

2. Дисперсия от произведения постоянной на случайную величину равна квадрату постоянной умноженной на дисперсию случайной величины

свойства дисперсии

3. Если https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_040.gifи https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_041.gif— постоянные величины, то для дисперсии https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_042.gifсправедлива зависимость

свойства дисперсии

Это следует из двух предыдущих свойств.

Дисперсию можно вычислить по упрощенной формуле:

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_044.gif

которая в случае дискретной случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_045.gifимеет вид

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_046.gif

для непрерывной определяется зависимостью

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_047.gif

и для непрерывной на промежутке https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_048.gifсоотношением

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_049.gif

Приведенные формулы очень удобны в вычислениях, и их, в отличие от предыдущих, используют в обучении

Также следует помнить, что дисперсия всегда принимает неотрицательные значения https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_050.gif. Она характеризует рассеяние случайной величины относительно своего математического ожидания. Если случайная величина измерена в некоторых единицах, то дисперсия будет измеряться в этих же единицах, но в квадрате.

Для сравнения удобно пользоваться числовыми характеристиками одинаковой размерности случайной величиной. Для этого вводят в рассмотрение среднее квадратичное отклонение – корень квадратный из дисперсии. Ее обозначают греческой буквой «сигма»

среднее квадратическое отклонение, формула

----------------------------------------

Рассмотрим примеры для ознакомления с практической стороной определения этих величин.

Пример 1. Закон распределения дискретной случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_052.gifзаданы таблицей:



Вычислить дисперсию https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_055.gifи среднее квадратическое отклонение https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_056.gif.

Решение. Согласно свойствами дисперсии получим:

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_057.gif

математическое ожидание, вычисление

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_059.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_060.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_061.gif

дисперсия, вычисление

среднее квадратичное отклонение, вычисление

----------------------------------------

Пример2. Есть четыре электрические лампочки, каждая из которых имеет дефект с вероятностью https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_064.gif(https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_065.gif — вероятность того, что лампочка без дефекта). Последовательно берут по одной лампочке, вкручивают в патрон и включают электрический ток. При включении тока лампочка может перегореть, и ее заменяют на другую. Построить закон распределения дискретной случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_066.gif— число лампочек, которые будут опробованы. Вычислить среднее квадратическое отклонение https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_067.gif

Решение. Дискретная случайная величина https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_068.gif— число лампочек, которые будут опробованы - приобретает такие возможных значений:

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_069.gif

Вычислим соответствующие вероятности:

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_070.gif

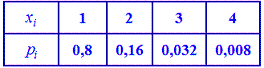
https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_071.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_072.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_073.gif

Последнюю вероятность можно трактовать следующим образом: четвертая лампочка будет испытана, когда третья перегорит, а четвертая - нет, или если и четвертая перегорит.

В табличной форме закон распределения https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_074.gifиметь следующий вид:



Для нахождения среднего квадратического отклонения найдем сначала значение дисперсии. Для дискретной случайной величины она примет значение:

математическое ожидание, нахождение

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_078.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_079.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_080.gif

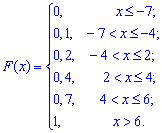
дисперсия, вычисление

Среднее квадратичное отклонение находим добычей корня квадратного из дисперсии.

среднее квадратичное отклонение, вычисление

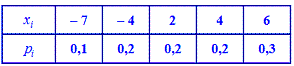
----------------------------------------

Пример 3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_083.gifзаданы в виде функции



Вычислить среднее квадратическое отклонение и дисперсию https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_085.gif

Решение. С помощью функции распределения вероятностей формируем закон распределения в виде таблицы



На основе таблицы распределения вычисляем дисперсию

математическое ожидание, нахождение

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_089.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_090.gif

https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im12_091.gif

дисперсия, вычисление

среднее квадратичное отклонение, вычисление

-----------------------

Подобных примеров можно привести множество, основная их суть в правильном применении приведенных в начале статьи формул для вычисления дисперсии и математического ожидания. Применяйте их там где это необходимо и не допускайте ошибок при определении дисперсии.