**Функция распределения вероятностей дискретной величины - F(x). Примеры**

Рассмотрим пространство элементарных событий, в котором каждому элементарному событию в соответствие ставится число или вектор , т.е. на множестве есть определенная функция , которая для каждого элементарного события находит элемент одномерного пространства или - мерного пространства .

Эту функцию называют случайной величиной. В случае, когда отражает множество на одномерное пространство случайную величину называют одномерной. Если отображение осуществляется на , то случайную величину называют n- мерной (системой n случайных величин или n - мерным случайным вектором).

Величина называется случайной, если в результате проведения опыта под влиянием случайных факторов она приобретает то или другое возможное числовое значение с определенной вероятностью.

Если множество возможных значений случайной величины является счетно, то ее называют дискретной. В противном случае ее называют непрерывной.

Случайные величины для удобства обозначают прописными буквами латинского алфавита , а их возможные значения - строчными .

Для установления случайной величины необходимо знать не только множество возможных ее значений, но и указать, с какими вероятностями она приобретает то или иное возможное значение.

С этой целью вводят понятие закона распределения вероятностей – зависимость, которая устанавливает связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины часто задают в табличной форме, функцией, или графически с помощью вероятностного многоугольника.

При табличной формы записи закона указывается множество возможных значений случайной величины находится в порядке их возрастания в первой строке, и соответствующих им вероятностей

и соответствующих им вероятностей в следующей:

[Ads by **optAd360**](https://www.optad360.com/en/?utm_medium=AdsInfo&utm_source=yukhym.com)



Случайные события должны быть попарно несовместимы и образовывать полную группу, то есть удовлетворять условие:



Приведенную зависимость называют условием нормировки для дискретной случайной величины , а таблицу распределения – рядом распределения.

**Функция распределения вероятностей и ее свойства**

Закон распределения вероятностей можно представить в виде функции распределения вероятностей случайной величины , которая может использоваться как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин.

Функцию аргумента , устанавливающую вероятность случайного события называют функцией распределения вероятностей:



Ее следует понимать как функцию, которая устанавливает вероятность случайной величины, которая может принимать значения, меньше .

Функция распределения обладает следующими свойствами:

1. Она всегда положительная со значениями в пределах от нуля до единицы 

2. Функция является монотонно возрастающей, а именно , если .

С этого свойства получают приведенные выводы:

a) Вероятность вступления случайной величиной возможных значений из промежутка равна прироста ее интегральной функции на этом промежутке:



б) Вероятность, что непрерывная случайная величина примет конкретное возможное значение, всегда равна нулю



Для непрерывной случайной величины выполняются такие равенства:



3. На крайних точках непрерывная случайная величина принимает значение 0 и 1.



Из этих границ следует, что для дискретной случайной величины с возможными значениями из ограниченного промежутка имеем

для 

для 

----------------------------

Приведем решения задач на отыскание функции распределения.

**Пример 1.** Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей:



Построить функцию распределения и ее график.

Решение. Согласно свойствами функции получим приведенные дальше значение.
1) 
2) 
3) 
4) 
5) 
6) 

Компактно функция распределения иметь запись



График функции распределения изображен на рисунке ниже



----------------------------

**Пример 2.** Есть три коробки с шарами. В первой содержится 6 желтых и 4 синие шарики, во втором - 7 желтых и 3 синие, а в третьем - 2 желтых и 8 синих. Из каждой коробки наугад берут по одному шарику. Построить закон распределения вероятностей дискретной случайной величины – появления числа синих шариков среди трех наугад взятых, определить закон распределения и построить график этой функции.

Решение. Среди трех наугад взятых шариков число синих может быть 0, 1, 2, 3.
В табличной форме закон распределения дискретной случайной величины имеет вид:



Вычислим вероятности . С этой целью обозначим - случайное событие, заключающееся соответственно в появлении желтого шарики и – появление синего с первой коробки. Подобным образом для остальных коробок . Вероятности этих событий такие:







Поскольку случайные события независимы, то вероятности находим по формулам:











Вычисление достаточно просты и сделаны обозначения полностью все объясняют. Проверим выполнение условия нормировки



Всегда выполняйте проверку данного условия: это достаточно просто сделать и позволяет быстро проверить правильность вычислений вероятности. В случаях, когда условие нормировки не выполняется нужно отыскать ошибку и исправить ее.

У нас же все вычисления правильны, потому записываем закон распределения вероятностей в табличной форме:



Вычисляем значение интегральной функции
1) 
2) 
3) 
4) 
5) 

В случае ошибок при нахождении вероятностей последнее соотношение дает отличный от единицы результат, поэтому можете проверять и по этому значению. Упрощенно функция распределения будет иметь вид



а ее график следующий



----------------------------

**Пример 3.** Закон распределения случайной величины задан функцией распределения вероятностей



Построить график функции распределения и вычислить вероятность, что случайная величина принадлежит промежутку .

Решение. Функция распределения будет иметь вид.

Решение. Функция распределения будет иметь вид.



Используя определение, вычислим




Таким образом вероятность, что случайная величина принадлежит промежутку [1,4] равна 0,36.

----------------------------

Внимательно разберитесь с приведенными примерами нахождения функции распределения, это Вам пригодится на практических занятиях. Старайтесь проверять условие нормирования, чтобы избежать дальнейших ошибок и правильно определяйте вероятности.