

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
КРАСНОЯРСКИЙ ИНСТИТУТ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА –  
филиал ФГБОУ ВПО  
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

**Л.А. КУЗОВНИКОВА**  
**Е.А. ДЕНИСОВА**

## **ФИЗИКА**

**Методические указания и контрольные задания по  
выполнению контрольной работы для студентов заочной  
формы обучения специальностей: 190901.65 Системы  
обеспечения движения поездов, 190300.65 Подвижной  
состав железных дорог, 271501.65 Строительство железных  
дорог, мостов и транспортных тоннелей**

## **ЧАСТЬ I. МЕХАНИКА**

Красноярск  
КриЖТ ИрГУПС  
2015

УДК 53

К 89

Кузовникова, Л.А. Физика : методические указания и контрольные задания по выполнению контрольной работы для студентов заочной формы обучения специальностей:190901.65 Системы обеспечения движения поездов, 190300.65 Подвижной состав железных дорог, 271501.65 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей : Часть 1. Механика. / Л.А. Кузовникова, Е.А. Денисова ; КриЖТ ИрГУПС. – Красноярск : КриЖТ ИрГУПС, 2014. – 57 с.

Настоящее издание является частью учебно-методического комплекса по дисциплине «Физика». В издании приведены методические указания и контрольные задания по выполнению контрольной работы для студентов заочной формы обучения.

Материал размещен в последовательности, обеспечивающей оптимальную работу студентов над выполнением:

а) контрольной работы №1 по разделу «Механика», которая предусмотрена учебными планами специальностей заочной формы обучения 190300.65 «Подвижной состав железных дорог», 271501.65 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей»;

б) контрольных работ №1 и №2 по разделу «Механика», которые предусмотрены учебными планами специальности заочной формы обучения 190901.65 «Системы обеспечения движения поездов».

Содержатся методические рекомендации по изучению физики, правила выполнения контрольных и лабораторных работ, разобраны примеры решения задач, приведены задания к контрольной работе и библиографический список рекомендуемой литературы.

Рекомендовано к изданию методическим советом КриЖТ ИрГУПС

Печатается в авторской редакции

© Л.А. Кузовникова, Е.А. Денисова, 2015  
© Красноярский институт  
железнодорожного транспорта, 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Общие методические указания.....	6
2. Указания к самостоятельной работе по учебным пособиям ...	8
3. Указания по выполнению лабораторных работ.....	8
4. Указания по оформлению контрольных работ .....	9
5. Содержание раздела «Механика» рабочей программы дисциплины «Физика».....	11
6. Методические рекомендации к выполнению контрольных заданий по разделу «Механика».....	12
7. Примеры решения задач по разделу «Механика» .....	13
Таблица к контрольной работе № 1 (для ПСЖ.2, ПСЖ.3, СЖД.1, СЖД.2) и к контрольной работе №1 и №2 (для СОД.1, СОД.2, СОД.3).....	44
Вопросы по теоретической подготовке .....	45
Контрольные задачи .....	48
Приложение .....	56
Список рекомендуемой литературы .....	60

## ВВЕДЕНИЕ

Данные методические указания предназначены для закрепления теоретических знаний, приобретения необходимых практических навыков и умений по программе дисциплины «Физика» раздела «Механика» для специальностей заочной формы обучения: 190901.65 «Системы обеспечения движения поездов», 190300.65 «Подвижной состав железных дорог», 271501.65 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей».

На факультете «Заочное обучение» КрИЖТ ИрГУПС дисциплина «Физика» для студентов специальностей СОД и ПСЖ изучается в течение трех семестров, а для студентов специальности СЖД – в течение двух семестров.

Курс «Физика» является составной частью фундаментальной физико-математической подготовки, необходимой для успешной работы инженера любого профиля. Учебная дисциплина «Физика» входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла. Необходимыми условиями для освоения дисциплины «Физика» являются знания по дисциплине «Математика».

Дипломированный специалист в результате освоения раздела «Механика» дисциплины «Физика» должен:

**знать:**

- физические основы механики;
- фундаментальные понятия, законы и теории классической и современной физики;

**уметь:**

- использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;
- применять математические методы, физические законы и вычислительную технику для решения практических задач;
- проводить измерения, обрабатывать и представлять результаты;

**владеть:**

- способностью к применению современных достижений в области физики для создания новых технических и технологических решений в области приборостроения и методов контроля;
- навыками применения основных методов физико-математического анализа для решения естественнонаучных задач;

- навыками правильной эксплуатации основных приборов и оборудования современной физической лаборатории;
- навыками обработки и интерпретирования результатов эксперимента.

Компетенции, формируемые в процессе выполнения контрольных работ:

- ПК-1 - Способность применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

- ПК-2 - Способность использовать знания о современной физической картине мира и эволюции Вселенной, пространственно-временных закономерностях, строении вещества для понимания окружающего мира и явлений природы.

Цель настоящих методических указаний - оказать помощь студентам технических специальностей СОД, ПСЖ, СЖД заочного факультета в выполнении контрольной работы по первой части курса физики «Механика». В методических указаниях даны общие требования по оформлению контрольных работ, содержание раздела «Механика» рабочей программы, примеры решения задач, контрольные задания и некоторые справочные материалы.

## 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом. Для облегчения этой работы проводится чтение лекций, практические занятия и лабораторные работы. Процесс изучения физики состоит из следующих основных элементов:

- 1) проработка установочных и обзорных лекций;
- 2) самостоятельное изучение программного материала по учебникам и учебным пособиям;
- 3) решение задач;
- 4) выполнение лабораторных работ;
- 5) выполнение контрольных работ;
- 6) промежуточная аттестация по итогам работы: зачет и экзамен.

**Студенты специальностей СОД и ПСЖ** изучают курс физики во 2, 3 и 4 семестрах.

**Во втором семестре** изучаются теоретические разделы курса: физические основы механики, молекулярной физики и термодинамики. Студенты специальности СОД выполняют первую и вторую контрольные работы по решению задач и одну лабораторную работу. Студенты специальности ПСЖ выполняют первую контрольную работу по решению задач и одну лабораторную работу. В конце семестра студент-заочник должен получить зачет.

**В третьем семестре** изучаются теоретические разделы курса: электростатика, законы постоянного электрического тока, магнитное поле в вакууме. Студенты специальности СОД выполняют третью контрольную работу по решению задач и три лабораторные работы. Студенты специальности ПСЖ выполняют вторую контрольную работу по решению задач и три лабораторные работы. В конце семестра студент-заочник должен получить зачет.

**В четвертом семестре** изучаются теоретические разделы курса: физика колебаний и волн, оптика, элементы квантовой физики. Студенты специальности СОД выполняют четвертую контрольную работу по решению задач и три лабораторные работы. Студенты специальности ПСЖ выполняют третью и четвертую контрольную работу по решению задач и три лабораторные работы. В конце семестра студент-заочник должен получить допуск и сдать экзамен.

**Студенты специальности СЖД** изучают курс физики в 3 и 4 семестрах.

**В третьем семестре** изучаются теоретические разделы курса: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика, законы постоянного электрического тока. Студенты специальности СЖД выполняют первую и вторую контрольные работы по решению задач и две лабораторные работы. В конце семестра студент-заочник должен получить зачет.

**В четвертом семестре** изучаются теоретические разделы курса: магнитное поле в вакууме, физика колебаний и волн, оптика, элементы квантовой физики. Студенты специальности СЖД выполняют третью контрольную работу по решению задач и две лабораторные работы. В конце семестра студент-заочник должен получить допуск и сдать экзамен.

Контрольные работы позволяют закрепить теоретический материал курса. Выполнение контрольной работы по разделу «Механика» служит основой для освоения студентами таких дисциплин, как С2.Б.6 «Механика», С2.Б.3 «Теоретическая механика», С2.В.ОД.1 «Основы научных исследований», С3.Б.2 «Метрология, стандартизация и сертификация», С3.Б.10 «Теория безопасности движения поездов», С2.В.ОД.1 «Основы конструирования вагонов», С3.Б.8 «Теория механизмов и машин», С3.Б.9 «Соппротивление материалов», С3.Б.21 «Основы механики подвижного состава» и др.

Решение задач контрольных работ является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии на работу помогают ему доработать и правильно освоить различные разделы курса физики. Перед выполнением контрольной работы необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами.

Контрольная работа по первой части курса физики «Механика» содержит три теоретических вопроса и шесть контрольных задач. Студент-заочник должен ответить на теоретические вопросы и решить задачи того варианта, номер которого совпадает с двумя последними цифрами шифра (до 50), либо равняется сумме двух последних цифр шифра (более 50).

## **2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО УЧЕБНЫМ ПОСОБИЯМ**

1) Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

2) Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного для определенной части курса, придерживаться данного пособия при изучении всей части или, по крайней мере, ее раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Но если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

3) При чтении учебного пособия составлять конспект, в котором записывать законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делать чертежи и решать типовые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

4) Самостоятельную работу по изучению физики подвергать систематическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использовать рабочую программу по физике.

## **3. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

При выполнении лабораторных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1) заранее изучается теория лабораторной работы по учебнику и порядок ее проведения по методическим указаниям;

2) при подготовке в рабочую тетрадь записываются: название и цель исследования, рабочая формула с расшифровкой входящих величин и формулы расчета погрешностей, таблицы для записи результатов измерений;

3) допущенный к работе студент знакомится с принципами действия приборов, собирает схему установки и после проверки схемы преподавателем или лаборантом приступает к эксперименту;

4) при проведении измерений должны строго соблюдаться основные требования по технике безопасности;

5) все экспериментальные результаты заносятся в таблицы, проверяются и визируются преподавателем;

б) по результатам измерений в рабочей тетради приводятся расчеты искомых величин и подсчет погрешностей (в случае необходимости результаты приводятся в виде графиков), делается вывод (краткий анализ полученных результатов и погрешностей, сравнение с табличным значением и т.д.).

#### 4. УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Оформление титульного листа и содержания работы осуществляется согласно Положения ИрГУПС [№П.420700.05.4.092-2012 «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль»](#).

**Структура** контрольной работы:

- титульный лист;
- первая страница – указать номер варианта и номера вопросов и задач, входящих в вариант;
- ответы на вопросы по теоретической подготовке - ответ следует давать краткий, не более 2 страниц, ответ сопровождать рисунками, формулами, пояснениями к ним;
- решение контрольных задач.

Контрольная работа выполняется на листах формата А4 или в тетради, на обложке которой приклеивается бланк (титульный лист), где указывается номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилия и инициалы студента, шифр зачетной книжки, номер группы и домашний адрес, ФИО преподавателя;

Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов. Номер варианта задания должен совпадать с двумя последними цифрами шифра зачетной книжки (до 50), либо равняется сумме двух последних цифр шифра (более 50).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной папке или тетради.

При выполнении контрольных работ необходимо соблюдать следующие **правила**:

1) Контрольную работу следует выполнять аккуратно. Ответ на каждый теоретический вопрос и решение каждой задачи начинать

*с новой страницы. После решения каждой задачи на страницах тетради оставляется место для замечаний преподавателя.*

2) *Текст вопроса и условие задачи своего варианта переписывать полностью, а заданные физические величины выписать отдельно, при этом все числовые величины должны быть переведены в систему единиц СИ.*

3) *Для пояснения решения задачи там, где это нужно, аккуратно сделать чертеж или схему, поясняющие сущность задачи.*

4) *Решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.*

5) *В пояснениях к задаче необходимо указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов. Объяснить буквенные обозначения физических величин в формулах. При получении расчетной формулы для решения конкретной задачи приводить ее вывод.*

6) *Задачу рекомендуется решить сначала в общем виде, т. е. в буквенных обозначениях, так, чтобы искомая величина выражалась через заданные величины. При таком способе решения вычисления промежуточных величин не производятся.*

7) *Вычисления следует проводить с помощью подстановки заданных числовых величин в расчетную формулу. Все необходимые числовые значения величин должны быть выражены в системе «СИ». Например, вместо 15 кН надо записать  $15 \cdot 10^3$  Н, вместо 195,6 мм надо написать  $195,6 \cdot 10^{-3}$  м и т.д.*

8) *При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа, числовые значения величин записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 8310 надо записать  $8,31 \cdot 10^3$ , вместо 0,00285 надо записать  $2,85 \cdot 10^{-3}$  и т.д.*

9) *Проверить единицы полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность. Для этого подставить в правую часть полученной формулы вместо символов величин их наименования (единицы измерения) в системе СИ, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученное наименование (единица измерения) соответствует искомой величине.*

10) *Константы физических величин и другие справочные данные выбирать из таблиц.*

11) Получив числовой ответ, оцените, где это целесообразно, его правдоподобность. В ряде случаев такая оценка помогает обнаружить ошибочность полученного результата. Например, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с и так далее.

12) При повторном рецензировании работы нужно обязательно представлять ее с первой незачтенной работой и рецензией.

13) Контрольные работы, оформленные без соблюдения указанных правил, а также работы, выполненные не по своему варианту, не проверяются и не засчитываются.

14) Перед зачетом и экзаменом **проводится обязательная защита контрольных работ**, т.е. устное объяснение решенных задач и используемых при решении законов.

## **5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛА «МЕХАНИКА» РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИКА»**

Физика как научное направление, ее связь с другими науками и техникой. Классификация разделов физики. Предмет и задачи механики. Системы отсчета. Траектория движения, путь, перемещение. Линейные и угловые характеристики движения и их связь. Нормальное и тангенциальное ускорения. Движение точки по окружности

Инерциальные системы отсчета. Законы Ньютона. Масса. Импульс. Сила. Закон всемирного тяготения. Упругие свойства тел. Виды упругих деформаций. Закон Гука. Движение при наличии трения. Внешнее трение: трение покоя, трение скольжения, трение качения.

Абсолютно твердое тело. Момент импульса тела и момент силы относительно оси. Момент инерции тела. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Статика твердого тела. Условия равновесия твердого тела Система материальных точек. Внутренние и внешние силы. Замкнутые системы. Закон сохранения импульса и момента импульса твердого тела. Работа силы. Мощность. Консервативные и диссипативные силы. Энергия. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Внутренняя энергия. Закон сохранения механической энергии.

Вычисление моментов инерции. Виды равновесия. Центр тяжести. Применение законов сохранения к анализу упругого и неупругого соударений. Условия плавания тел. Формула Торричелли. Сила лобового сопротивления и подъемная сила.

Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея и их инвариантность. Границы применимости механики Ньютона. Элементы специальной теории относительности. Идея Мироздания Эфимера (СТО) и абсолютной скорости. Опыт Майкельсона-Морли. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца.

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»**

- Законы движения удобнее записывать в координатной форме, для чего рекомендуется выбрать систему координат так, чтобы математическое решение было наиболее простым.

- Задачи по механике, как правило, следует сопровождать поясняющим рисунком.

- При использовании законов Ньютона особое внимание надо уделять анализу сил, действующих на рассматриваемое тело, который должен включать: происхождение сил – в результате взаимодействия с каким телом возникла данная сила; природу силы – тяготение, упругость, трение и т.п.; характер – от каких величин и как действует данная сила; точку приложения силы.

- Уравнения второго закона Ньютона следует записывать вначале в векторной форме, а затем переходить к скалярным равенствам и решать систему уравнений.

- При составлении уравнений на основании закона сохранения импульса следует помнить о векторном характере закона, а также обращать внимание на то, что скорости всех рассматриваемых тел должны отсчитываться от относительно одной и той же системы отсчета.

- При определении изменения энергии следует знать, что изменение потенциальной энергии тела в поле консервативных сил равно работе сил поля, взятой с обратным знаком. Сама же потенциальная энергия не может быть вычислена без выбора начала отсчета.

• При использовании закона сохранения момента импульса следует рассматривать моменты импульса всех тел системы относительно одной оси.

## 7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»

### Пример 1

Точка движется так, что ее радиус-вектор изменяется со временем:  $\vec{r} = 4t\vec{i} + t^2\vec{j} + 3t^3\vec{k}$ . Найдите модуль вектора мгновенной скорости через 1 с после начала движения.

**Дано:**  $\vec{r} = 4t\vec{i} + t^2\vec{j} + 3t^3\vec{k}$ ;  $t = 1$  с.

**Найдите:**  $v$ .

**Решение:** Скорость найдем как производную от перемещения по времени, то есть

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4\vec{i} + 2t\vec{j} + 9t^2\vec{k}.$$

Сравним полученное выражение для вектора скорости с общим:

$$\vec{v} = 4\vec{i} + 2t\vec{j} + 9t^2\vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}.$$

Получаем выражения для проекций скоростей на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$

$$v_x = 4; \quad v_y = 2t; \quad v_z = 9t^2.$$

Определим теперь модуль вектора скорости через его проекции  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Подставим численные значения проекций скоростей и времени и рассчитаем модуль скорости

$$v = \sqrt{16 + 4 + 81} = \sqrt{101} = 10 \text{ (м/с)}.$$

**Ответ:**  $v = 10$  м/с.

### Пример 2

Найдите ускорение точки через 1 сек после начала движения, если радиус - вектор точки изменяется по закону  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ .

**Дано:**  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$

**Найдите:**  $v = f(t)$ ,  $a = f(t)$ ,  $|\vec{a}|$ .

**Решение:** Определим выражение для вектора скорости, а затем выражение для вектора мгновенного ускорения. Выражение для вектора скорости получим, продифференцировав  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$  по времени, т.е.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3t^2\vec{i} + 6t\vec{j}. \quad (1)$$

Аналогично получаем выражение для вектора мгновенного ускорения, взяв производную от скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6t\vec{i} + 6\vec{j}. \quad (2)$$

Если же сравнить полученное уравнение для ускорения точки (2) с уравнением мгновенного ускорения  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ , то можно сделать вывод, что

$$a_x = 6t, \quad a_y = 6, \quad a_z = 0.$$

Тогда модуль ускорения можно найти из выражения

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{36t^2 + 36}.$$

**Ответ:**  $|\vec{a}| = \sqrt{36t^2 + 36}$ .

### Пример 3

Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению  $\vec{r}(t) = At^3\vec{i} + Bt^2\vec{j}$ . Здесь:  $r(t)$  – радиус-вектор,  $i$  и  $j$  – единичные орты;  $A = 2\text{ м/с}^3$ ,  $B = 1\text{ м/с}^2$ . Получите зависимости скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$ . Для момента времени  $t = 2\text{ с}$  вычислите модуль скорости и ускорения.

**Дано:**  $\vec{r}(t) = At^3\vec{i} + Bt^2\vec{j}$ ;  $A = 2\text{ м/с}^3$ ;  $B = 1\text{ м/с}^2$ ;  $t = 2\text{ с}$ .

**Найдите:**  $v$ ,  $a$ .

**Решение:** Подставим значения констант  $A$  и  $B$  в уравнение  $\vec{r}(t) = At^3\vec{i} + Bt^2\vec{j}$ :

$$r(t) = 2t^3i + t^2j.$$

Определим скорость как производную от перемещения по времени

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = 6t^2\vec{i} + 2t\vec{j} \quad (1)$$

Модуль скорости можно найти как

$$|v| = \sqrt{|v_x|^2 + |v_y|^2} = \sqrt{(6t^2)^2 + (2t)^2}. \quad (2)$$

Ускорение найдем как производную скорости по времени

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}.$$

Взяв производную от скорости (1), получим выражение для ускорения:

$$\vec{a}(t) = 12t\vec{i} + 2\vec{j}, \quad (3)$$

где  $a_x = 12t$ ,  $a_y = 2$ .

Запишем формулу для модуля ускорения:

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(12t)^2 + 2^2}. \quad (4)$$

Подставив в выражения (2) и (4) значение времени  $t = 2$  с, получим значения скорости и ускорения в данный момент времени:

$$|v| = \sqrt{(6 \cdot 2^2)^2 + (2 \cdot 2)^2} = 24,3 \text{ (м/с)};$$

$$|a| = \sqrt{(12 \cdot 2)^2 + 2^2} = 24,08 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $|v| = 24,3$  (м/с);  $|a| = \sqrt{(12 \cdot 2)^2 + 2^2} = 24,08$  (м/с<sup>2</sup>).

*Пример 4*

Диск радиусом  $R = 20$  см вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ . Здесь  $A = 3$  рад/с,  $B = -1$  рад/с,  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>.

Определите тангенциальное, нормальное и полное ускорение для момента времени  $t = 10$  с.

**Дано:**  $R = 0,2$  м;  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ ;  $A = 3$  рад/с;  $B = -1$  рад/с;  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>;  $t = 10$  с.

**Найдите:**  $a_n$ ,  $a_\tau$ ,  $a$ .

**Решение:** Чтобы найти нормальное и тангенциальное ускорения  $a_n$  и  $a_\tau$ , надо знать линейную скорость (или ее зависимость от времени). Линейную скорость  $v$  можно найти из соотношения:

$$v = \omega R, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость, которую можно определить из кинематического уравнения вращательного движения как производную от угла поворота (в данном случае  $\varphi$  – угловой путь)

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2. \quad (2)$$

Подставив полученное выражение (2) для  $\omega$  в уравнение (1), получим выражение для линейной скорости:

$$v = (B + 3Ct^2)R = BR + 3CRt^2.$$

Теперь найдем тангенциальное ускорение

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

Подставив численные значения константы  $C$  и времени  $t$ , получим:

$$a_\tau = 1,2 \text{ м/с}^2.$$

Подставив выражение (2) для  $\omega$  в формулу нормального ускорения, получим выражение для нормального ускорения :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(B + 3Ct^2)^2 R^2}{R} = (B + 3Ct^2)^2 R.$$

После вычислений:

$$a_n = 168 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение можно определить как векторную сумму нормального и тангенциального ускорений, то есть

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

А его скалярное значение находится по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \approx 168 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $a = 168 \text{ м/с}.$

### Пример 5

Диск радиусом  $R = 10 \text{ см}$  вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота от времени задана уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $B = 1 \text{ рад/с}$ ,  $C = 1 \text{ рад/с}^2$ ,  $D = 1 \text{ рад/с}^3$ ). Определите для точек на ободе колеса к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение  $a_\tau$ ; 2) нормальное ускорение  $a_n$ ; 3) полное ускорение  $a$ .

**Дано:**  $R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ ;  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ;  $B = 1 \text{ рад/с}$ ;  $C = 1 \text{ рад/с}^2$ ;  $D = 1 \text{ рад/с}^3$ .

**Найдите:**  $a_\tau$ ,  $a_n$ ,  $a$ .

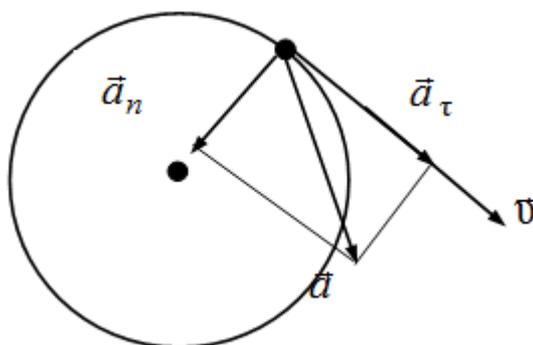


Рис. 1

**Решение:** Это прямая задача кинематики вращения. Вид движения – неравномерное вращение. Чтобы найти тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения, надо знать линейную скорость (или ее зависимость от времени). Из связи  $v$  и  $\omega$  следует:

$$v = \omega R \tag{1}$$

Угловую скорость  $\omega$  найдем как производную от угла поворота  $\varphi$  и подставим в уравнение (1)

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2;$$

$$v = (1 + 2t + 3t^2)R.$$

Теперь, зная скорость  $v$  легко найти  $a_\tau$  и  $a_n$ .

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 2R + 6Rt;$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(1 + 2t + 3t^2)^2 R^2}{R}.$$

Подставим значения радиуса и констант, рассчитаем ускорения

$$a_n = (1 + 2t + 3t^2)^2 R; \quad a_n = 28,9 \text{ м/с}^2; \quad a = 28,9 \text{ м/с}^2.$$

**Ответ:**  $a_n = (1 + 2t + 3t^2)^2 R; \quad a_n = 28,9 \text{ м/с}^2; \quad a = 28,9 \text{ м/с}^2.$

#### Пример 6

Колесо радиусом  $R = 0,1$  м вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задана уравнением  $\omega = 2At + 5Bt^4$  ( $A = 2$  рад/с,  $B = 1$  рад/с<sup>4</sup>). Определите полное ускорение точек обода колеса через  $t = 1$  с после начала вращения и число оборотов, сделанных колесом за это время.

**Дано:**  $R = 0,1$  м;  $\omega = 2At + 5Bt^4$   $A = 2$  рад/с;  $B = 1$  рад/с<sup>4</sup>;  $t = 1$  с.

**Найдите:**  $a, N$ .

**Решение:** Это обратная задача кинематики вращения, вид движения – неравномерное вращение.

Чтобы найти полное ускорение  $a$ , нужно сначала найти тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения. Это можно сделать по формулам:

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение,

$\omega$  – угловая скорость.

Так как

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

то с учетом констант  $A$  и  $B$  имеем:

$$\varepsilon = 4 + 20t^3,$$

$$a_\tau = 4R + 20Rt,$$

$$a_n = (4t + 5t^4)R.$$

Поскольку:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

то, подставляя полученные значения  $a_n$  и  $a_\tau$ , имеем:

$$a = R\sqrt{(4 + 20t^3)^2 + (4t + 5t^4)^2} = 8,5 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Число оборотов:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi}.$$

При  $t_0 = 0$   $\varphi_0 = 0$  и  $\omega_0 = 0$ .

$$\varphi = \int_0^t \omega dt; \quad \varphi = \int_0^t (4t + 5t^4) dt;$$

$$\varphi = 3 \text{ рад}, \quad N = 3/6,28 = 0,48 \text{ (об.)}.$$

**Ответ:**  $a = 8,5 \text{ м/с}^2$ ;  $N = 0,48 \text{ об.}$

*Пример 7*

Движение тела массой 2 кг задано уравнением:  $s = 6t^3 + 3t + 2$ , где путь выражен в метрах, время – в секундах. Найдите зависимость ускорения от времени. Вычислите равнодействующую силу, действующую на тело в конце второй секунды, и среднюю силу за этот промежуток времени.

**Дано:**  $m = 2 \text{ кг}$ ;  $t_1 = 0$ ;  $t_2 = 2 \text{ с}$ ;  $s = 6t^3 + 3t + 2$

**Найдите:**  $a(t)$ ,  $F$ ,  $\langle F \rangle$ .

**Решение:** Модуль мгновенной скорости находим как производную от пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt} = 18t^2 + 3.$$

Мгновенное тангенциальное ускорение определяется как производная от модуля скорости по времени:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = 36t.$$

Равнодействующая сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

Тогда

$$F = m \cdot 36t,$$

$$F = 2 \cdot 36 \cdot 2 = 144 \text{ (Н)}.$$

Среднее ускорение определяется выражением:

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

где

$$v_2 = 18t_2^2 + 3; \quad v_1 = 18t_1^2 + 3.$$

После подстановки:

$$\langle a \rangle = \frac{18(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} = 18(t_2 + t_1).$$

Среднюю силу за этот промежуток времени определим как:

$$\langle F \rangle = m \langle a \rangle.$$

$$\langle F \rangle = m \cdot 18(t_2 + t_1).$$

Подставим значение массы и времени:

$$\langle F \rangle = 2 \cdot 18 \cdot 2 = 72 \text{ (Н)}.$$

**Ответ:**  $\langle a \rangle = 18(t_2 + t_1)$ ;  $F = 144 \text{ Н}$ ;  $\langle F \rangle = 72 \text{ Н}$ .

### Пример 8

Две гири массами 7 кг и 11 кг висят на концах невесомой нити, перекинутой через невесомый блок с неподвижной осью. Гири вначале находятся на одной высоте. Через какое время после начала движения меньшая гиря окажется на 20 см выше более тяжелой? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

Поскольку решение задач по теме «Динамика» связана с векторами, то во многих задачах необходимо сделать рисунок, показать направление действия сил, направление осей координат, скорости, ускорения и др.

Прежде чем приступить к решению задачи, следует провести анализ условия, т.е. какие можно сделать допущения, облегчающие решение задачи.

1. Поскольку блок невесом, то для его раскручивания без трения не нужен вращательный момент (если не указывается о наличии трения в условии, то им можно пренебречь).

2. По условию нить является невесомой и нерастяжимой, следовательно, грузы движутся с одинаковым ускорением и сила натяжения нити вдоль ее длины является постоянным. Это очень просто доказать. Если записать II закон Ньютона для участка нити между точками 1 и 2:

$$T_1 - T_2 = m_n g$$

и учесть, что масса нити равна нулю, получим

$$T_1 = T_2.$$

Эти два допущения следует запомнить и использовать в других аналогичных задачах. На рисунке показаны силы упругости нити, которые по III закону Ньютона равны по величине и противоположны по направлению.

**Дано:**  $m_1 = 7 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 11 \text{ кг}$ ;  $\Delta h = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Найдите:**  $t$ .

**Решение:** Грузы движутся поступательно. Запишем для каждого груза II закон Ньютона.

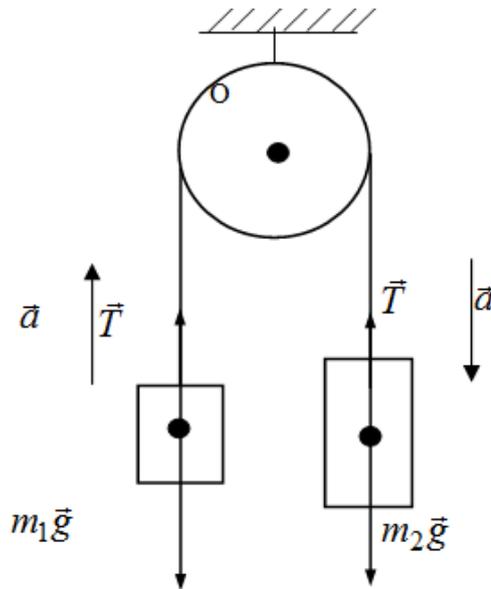


Рис. 2

Обратите внимание, что на рисунке 2 направление ускорений совпадает с направлением движения грузов, при решении задач это удобно; кроме того уравнение II закона Ньютона целесообразно записать отдельно для каждого груза (если нет опыта, чтобы записать II закон Ньютона для системы в целом).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для груза I : } T - m_1 g = m_1 a \\ \text{Для груза II : } m_2 g - T = m_2 a \end{array} \right\} \quad (1)$$

Поскольку нам известен путь, то чтобы найти время движения, надо выразить из выражений (1) ускорение. Сложим эти уравнения, получим:

$$m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a.$$

Отсюда:

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}.$$

В данном случае следует сразу подсчитать ускорение  $a$ :

$$a = 2,2 \text{ м/с}^2.$$

Движение равноускоренное с нулевой начальной скоростью, поэтому

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Чтобы легкая гиря оказалась на 20 см выше тяжелой, каждая гиря должна пройти расстояние 10 см, т.е.

$$s = 10 \text{ см.}$$

Выразим время  $t$ :

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}};$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1}{2,2}} = \sqrt{0,09} = 0,3 \text{ с} = 300 \text{ (мс)}.$$

**Ответ:**  $t = 300$  мс.

### Пример 9

По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $30^\circ$ , движется тело массой 5 кг. К этому телу с помощью нерастяжимой нити, перекинутой через блок, привязано тело такой же массы, движущееся вертикально вниз. Коэффициент скольжения между телом и наклонной плоскостью 0,05. Определите ускорение тел и силу натяжения нити.

**Дано:**  $\alpha = 30^\circ$ ;  $m_1 = m_2 = 5$  кг;  $\mu = 0,05$ .

**Найдите:**  $a$ ,  $F_H$ .

**Решение:** Покажем на рис. 3 силы, действующие на каждое тело.

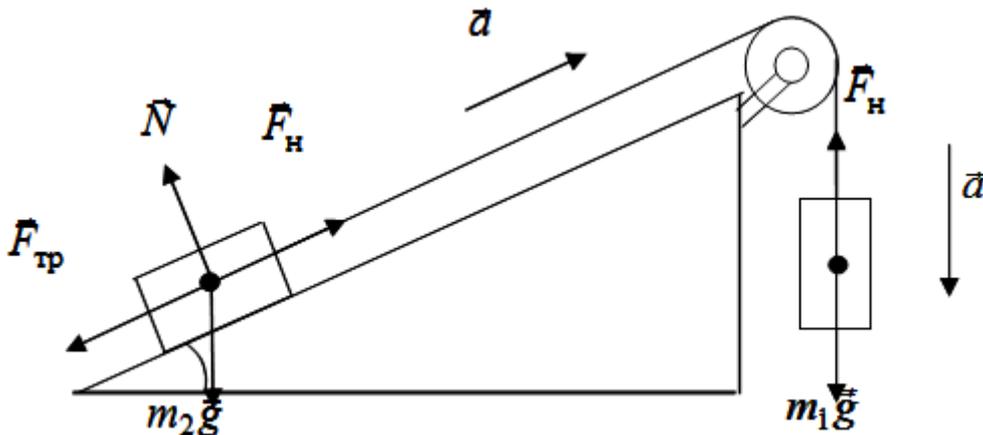


Рис. 3

Запишем для каждого из тел уравнение движения (второй закон Ньютона) в векторной форме:

$$\begin{cases} m_1 \vec{g} + \vec{F}_H = m_1 \vec{a} \\ m_2 \vec{g} + \vec{F}_H + \vec{N} + \vec{F}_{mp} = m_2 \vec{a} \end{cases}$$

Затем в проекциях на выбранные оси координат:

$$\begin{cases} m_1 g - F_H = m_1 a & (\text{на ось } z) \\ m_2 g \sin \alpha - F_H + F_{mp} = -m_2 a & (\text{на ось } x). \\ N - m_2 g \cos \alpha = 0 & (\text{на ось } y) \end{cases}$$

Учитывая, что  $F_{тр} = \mu N$ , где  $N = m_2 g \cos \alpha$ , получим систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 g - F_H = m_1 a \\ m_2 g \sin \alpha - F_H + \mu m_2 g \cos \alpha = -m_2 a \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$m_1 g - m_2 g \sin \alpha - \mu m_2 g \cos \alpha = m_1 a + m_2 a.$$

Искомое ускорение равно:

$$a = \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

Вычислим  $a$ :

$$a = \frac{9,8(5 - 5 \cdot \sin 30 - 0,05 \cdot 5 \cdot \cos 30)}{5 + 5} = 2,28 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Силу натяжения найдем из первого уравнения системы:

$$F_H = m_1 g - m_1 a = 5 \cdot 9,8 - 5 \cdot 2,28 = 38,6 \text{ (Н)}.$$

**Ответ:**  $a = 2,28 \text{ м/с}^2$ ;  $F_H = 38,6 \text{ Н}$ .

### Пример 10

На барабан радиусом 20 см намотана нить, к свободному концу которой подвешен груз. Какова частота вращения барабана в тот момент, когда расстояние, пройденное грузом в процессе падения, окажется равным 120 см?

**Дано:**  $R = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$ ;  $l = 120 \text{ см} = 1,2 \text{ м}$ .

**Найдите:**  $n$ .

**Решение:** Частота вращения барабана связана с угловой скоростью соотношением:

$$\omega = 2\pi n.$$

Отсюда выразим частоту  $n = \frac{\omega}{2\pi}$ , где  $\omega = \frac{v}{R}$ .

Тогда

$$n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Скорость можно определить из пройденного пути

$$l = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{v^2}{2g},$$

следовательно,

$$v = \sqrt{2gl}.$$

Получим:

$$n = \frac{\sqrt{2gl}}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,2}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} = 4(\text{с}^{-1}).$$

**Ответ:**  $n = 4 \text{ с}^{-1}$ .

### *Пример 11*

Найдите линейные ускорения движения центров тяжести шара и диска, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости равен  $30^\circ$ . Начальная скорость тел равна нулю.

**Дано:**  $\alpha = 30^\circ$ ;  $v_0 = 0$

**Найдите:**  $a_{\text{ш}}$ ,  $a_{\text{д}}$ .

**Решение:** При скатывании тела с наклонной плоскости высотой  $h$  его потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения. По закону сохранения энергии:

$$E_{\text{п}} = E_{\text{к.п}} + E_{\text{к.вр}}, \quad (1)$$

Здесь

$$E_n = mgh, \quad E_{к.п} = \frac{mv^2}{2}, \quad E_{к.вр.} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (2)$$

где  $I$  – момент инерции тела,

$m$  – его масса.

Длина наклонной плоскости  $l$  связана с высотой соотношением:

$$h = l \sin \alpha. \quad (3)$$

Линейная скорость связана с угловой следующим соотношением:

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (4)$$

После подстановки (3) и (4) в (2), получим:

$$mg l \sin \alpha = \frac{v^2}{2} \left( m + \frac{I}{R^2} \right). \quad (5)$$

Так как движение происходит под действием постоянной силы (силы тяжести), то движение тел будет равноускоренным. Поэтому, скатываясь с наклонной плоскости, шар и диск проходят расстояние, равное длине  $l$  плоскости с начальной нулевой скоростью:

$$l = \frac{at^2}{2} \quad (6)$$

и скорость  $v$  в конце спуска

$$v = at. \quad (7)$$

Решая совместно (5), (6) и (7), получим:

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{I}{R^2}}. \quad (8)$$

Известно, что моменты инерции для шара:

$$I = \frac{2}{5}mR^2;$$

для диска:

$$I = \frac{1}{2}mR^2.$$

Подставляя выражение для момента инерции в формулу (8), получим **для шара** ускорение:

$$a_{ш} = \frac{mgsin\alpha}{m + \frac{2}{5} \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{5}{7}gsin\alpha = \frac{5}{7} \cdot 9,8sin30 = 3,5 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Тогда ускорение **для диска**:

$$a_{д} = \frac{mgsin\alpha}{m + \frac{1}{2} \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{2}{3}gsin\alpha = \frac{2}{3} \cdot 9,8sin30 = 3,27 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $a_{ш} = 3,5 \text{ м/с}^2$ ;  $a_{д} = 3,27 \text{ м/с}^2$ .

### Пример 12

Шар массой 2 кг, имеющий скорость 6 м/с, абсолютно упруго сталкивается с неподвижным шаром массой 1 кг. Найдите скорость второго шара после удара, считая его центральным.

**Дано:**  $m_1 = 2 \text{ кг}$ ;  $v_1 = 6 \text{ м/с}$ ;  $m_2 = 1 \text{ кг}$ .

**Найдите:**  $u_2$ .

**Решение:**

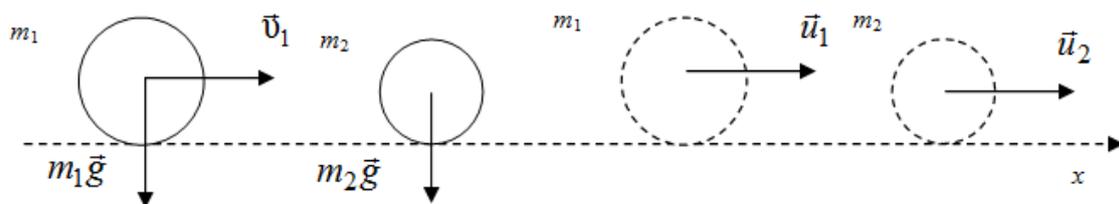


Рис. 4

Проведем анализ условия задачи. (Рекомендуем это делать при решении всех задач).

По условию задачи, удар упругий, следовательно, как уже указывалось ранее, выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. На первый взгляд мы не можем считать систему из двух шаров замкнутой (условие выполнения закона сохранения импульса), т.к. по отношению к системе силы тяжести являются внешними.

Кроме того, удар центральный, поэтому модули векторов скорости равны их проекциям на направление движения. Принято обозначать скорости шаров до удара

$$\vec{v}_1 \text{ и } \vec{v}_2,$$

после удара

$$\vec{u}_1 \text{ и } \vec{u}_2.$$

Скорости шаров после удара мы можем направить в сторону движения первого шара, поскольку в условии задачи о направлении движения шаров после удара ничего не сказано. Если скорость шаров окажется отрицательной, то направление изменим на обратное. Для решения задачи запишем оба закона сохранения.

Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (1)$$

Закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

и в проекции на ось  $x$ :

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (2)$$

Для нахождения скорости  $u_2$  сгруппируем члены уравнений так, чтобы все слагаемые с массой  $m_1$  оказались в левой части выражений (1) и (2), а с массой  $m_2$  – в правой части. Массы вынесем за скобки:

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 u_2^2,$$

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 u_2.$$

Если мы поделим одно уравнение на другое, то получим простое выражение

$$v_1 + u_1 = u_2,$$

которое вместе с законом сохранения импульса (2) образует систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Решив эту систему, получим

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Отметим, что

1. ответ зависит только от отношения масс шаров;
2. если налетающий шар массивнее  $\left(\frac{m_1}{m_2} > 1\right)$ , он после удара

продолжает движение вперед; если легче, откатывается назад; если той же массы, останавливается.

Подставляя численные данные, находим  $u_2 = 8$  м/с.

**Ответ:**  $u_2 = 8$  м/с.

### Пример 13

Тело массы 1 кг, движущееся со скоростью  $v$ , налетает на покоящееся второе тело и после упругого удара отлетает от него со скоростью  $2/3v$  под углом  $90^\circ$  к первоначальному направлению движения. Определите массу второго тела.

**Дано:**  $m_1 = 1$  кг;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $v_1 = v$ ;  $v_2 = 0$ ;  $u_1 = 2/3v$ .

**Найдите:**  $m_2$ .

**Решение:** По условию задачи удар упругий, следовательно, выполняются оба закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

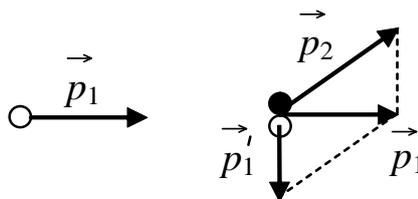


Рис. 5

Запишем закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}'_1, \quad (1)$$

где  $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ ;  $\vec{p}'_1 = m_1 \vec{u}_1$ ;  $\vec{p}_2 = m_2 \vec{u}_2$ .

Тогда выражение (1) запишем в виде:

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2.$$

Из рис. 5 видно, что согласно теореме Пифагора

$$p_2^2 = p_1^2 + (p'_1)^2$$

или

$$(m_2 u_2)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_1 u_1)^2.$$

Кроме того, запишем закон сохранения механической энергии, затем решаем эти два уравнения совместно.

$$\begin{cases} (m_1 v_1)^2 + (m_1 u_1)^2 = (m_2 u_2)^2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \end{cases}$$

Все члены уравнения с  $m_1$  перенесем в левую часть уравнения, а с  $m_2$  - в правую с учетом того, что в соответствии с условием задачи

$u_1 = \frac{2}{3}v$ , имеем

$$\begin{cases} \frac{13}{9} m_1^2 v^2 = m_2^2 u_2^2 \\ \frac{5}{9} m_1 v^2 = m_2 u_2^2 \end{cases}$$

Разделив одно уравнение на другое, получим следующее выражение:  $\frac{13}{5} m_1 = m_2$ . Окончательно,  $m_2 = \frac{13}{5} \cdot 1 = 2,6$  (кг)

**Ответ:**  $m_2 = 2,6$  кг.

#### Пример 14

Конькобежец массой 45 кг, находящийся в начале ледяной горки с углом наклона  $10^\circ$ , бросает в горизонтальном, противоположном от горки направлении, камень массой 5 кг со скоростью 18 м/с. На какое расстояние вдоль горки поднимется

конькобежец, если известно, что коэффициент трения лезвий коньков о лед равен 0,02? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ представьте в единицах СИ и округлите до целого числа.

**Дано:**  $m_1 = 45 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 5 \text{ кг}$ ;  $\alpha = 10^\circ$ ;  $v_2 = 18 \text{ м/с}$ ;  $\mu = 0,02$ .

**Найдите:**  $s$ .

**Решение:**

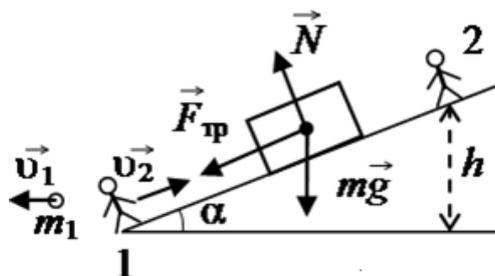


Рис. 6

Запишем закон сохранения импульса для конькобежца и камня. В векторной форме:

$$\mathbf{0} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

И в проекции на ось  $x$ :

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \cdot \cos \alpha.$$

Определим отсюда скорость, которую приобретает конькобежец.

$$v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} \cdot \cos \alpha.$$

Если конькобежец приобретает скорость, значит, он приобретает кинетическую энергию. В конце горки его скорость будет равна нулю, т.е. и кинетическая энергия тоже станет равной нулю. Она перейдет в потенциальную энергию, и какая-то ее часть пойдет на совершение работы против сил трения. Т.е. работа будет равна разности энергий конькобежца в начале и в конце горки:

$$A = W_2 - W_1, \quad (1)$$

где

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_1} \cos^2 \alpha,$$

$$W_2 = m_1 gh. \quad A = F_{mp} s \cdot \cos 180^\circ = -F_{mp} \cdot s.$$

Из рис. 6 выразим высоту ледяной горки через длину ее наклонной плоскости

$$h = s \cdot \sin \alpha.$$

Тогда уравнение (1) запишем в виде:

$$A = m_1 gh - \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_1} \cos^2 \alpha. \quad (2)$$

Согласно основному уравнению динамики:  $F_{тр} = \mu \cdot N$ , где  $N$ , как видно из рисунка

$$N = \mu m_1 g \cdot \cos \alpha,$$

т.е.

$$F_{mp} = \mu m_1 g \cdot \cos \alpha.$$

Тогда

$$A = -F_{mp} \cdot s = -\mu m_1 g \cdot \cos \alpha \cdot s. \quad (3)$$

Приравняв правые части в уравнениях (2) и (3), получим:

$$m_1 gh - \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_1} \cos^2 \alpha = -\mu m_1 g \cdot \cos \alpha \cdot s.$$

Члены уравнения с  $m_1$  перенесем в левую часть уравнения, а с  $m_2$  – в правую и подставим  $h$ .

$$m_1 g(h + \mu s \cdot \cos \alpha) = \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_1} \cos^2 \alpha;$$

$$m_1 g s (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) = \frac{(m_2 v_2)^2}{2m_1} \cos^2 \alpha.$$

Выразим отсюда  $s$ :

$$s = \frac{(m_2 v_2)^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2m_1^2 g(\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)}$$

Подставим численные значения, рассчитаем  $s$

$$s = \frac{(5 \cdot 18)^2 \cdot \cos^2 10}{2 \cdot 45^2 \cdot 10 \cdot (\sin 10 + 0,02 \cdot \cos 10)} \approx 1 \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $s = 1$  м.

*Пример 15*

Частица массой  $m_1 = 10^{-25}$  кг обладает импульсом  $p_1 = 5 \cdot 10^{-20}$  кг·м/с. Определите, какой максимальный импульс  $p_2$  может передать эта частица, сталкиваясь упруго с частицей массой  $m_2 = 4 \cdot 10^{-25}$  кг, которая до соударения покоилась.

**Дано:**  $m_1 = 10^{-25}$  кг;  $p_1 = 5 \cdot 10^{-20}$  кг·м/с;  $m_2 = 4 \cdot 10^{-25}$  кг.

**Найдите:**  $p_2$ .

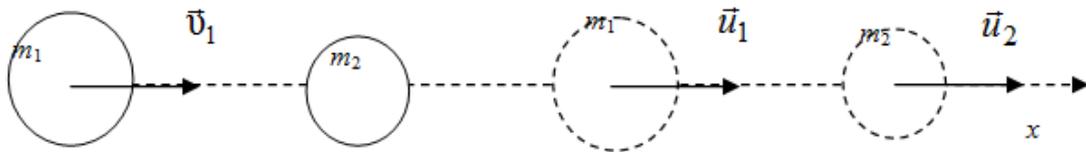


Рис. 7

**Решение:** Так как по условию задачи удар упругий, то выполняются и закон сохранения импульса, и закон сохранения механической энергии. Для решения задачи запишем оба закона сохранения.

Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (1)$$

Закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

в проекции на ось  $x$ :

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем скорость  $u_2$ , которую приобретает вторая частица.

Преобразуем уравнения (1) и (2) к следующему виду:

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2 u_2^2,$$

$$m_1(v_1 - u_1) = m_2 u_2.$$

Решая данную систему уравнений, получим:

$$v_1 + u_1 = u_2.$$

Помножим данное выражение на массу  $m_1$ :

$$m_1 v_1 + m_1 u_1 = m_1 u_2,$$

или

$$m_1 v_1 = -m_1 u_1 + m_1 u_2 \quad (3)$$

Складывая уравнения (2) и (3), получим:

$$2 m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u_2.$$

Отсюда,

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Тогда импульс  $p_2$ , приобретаемый второй частицей определим как:

$$p_2 = m_2 u_2 = m_2 \cdot \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} p_1.$$

Рассчитаем импульс  $p_2$ .

$$p_2 = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-25}}{10^{-25} + 4 \cdot 10^{-25}} \cdot 5 \cdot 10^{-20} = 8 \cdot 10^{-20} \text{ (кг}\cdot\text{м/с)}.$$

**Ответ:**  $p_2 = 8 \cdot 10^{-20}$  кг·м/с.

### Пример 16

Вертикальный однородный столб высотой  $l$  падает на землю под действием силы тяжести. Определите линейную скорость его

верхнего конца в момент удара о землю, если: а) столб падает, поворачиваясь вокруг неподвижного нижнего основания; б) столб первоначально стоял на абсолютно гладком льду.

**Дано:**  $l$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Найдите:**  $v$ .

**Решение: а)** Так как нижний конец столба неподвижен, то сила реакции, действующая на столб со стороны поверхности земли, работы не совершает.

Поэтому при вращательном движении столба вокруг горизонтальной оси, проходящей через его нижний конец, выполняется закон сохранения полной механической энергии, а именно

$$\frac{mgl}{2} = \frac{I\omega^2}{2},$$

где  $m$  – масса столба,

$$I = \frac{1}{3}ml^2$$

– его момент инерции относительно рассматриваемой оси вращения,  $\omega$  – угловая скорость вращения столба в момент удара о землю. Получая отсюда угловую скорость столба

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}},$$

найдем линейную скорость его верхнего конца

$$v = \omega \cdot l = \sqrt{3gl}.$$

**б)** Поскольку в рассматриваемом случае все силы, действующие на столб, направлены вертикально, то центр масс столба при его падении все время будет находиться на одной и той же вертикали. Столб участвует одновременно в двух движениях: поступательном и вращательном вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр масс. Запишем закон сохранения полной механической энергии в виде:

$$\frac{mgl}{2} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где  $I = \frac{1}{12}ml^2$  – момент инерции столба относительно оси вращения, проходящей через его центр масс,  
 $v_c$  – скорость центра масс столба,  
 $\omega$  – угловая скорость вращения столба вокруг центра масс в момент удара о землю.

В нижнем положении, когда столб горизонтален, скорость его основания, скользящего при падении по льду, становится равной нулю, поэтому

$$v_c = \frac{\omega \cdot l}{2}.$$

Имея это в виду, получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

и, следовательно, линейная скорость верхнего конца столба в момент удара

$$v = \omega \cdot l = \sqrt{3gl}.$$

**Ответ:**  $v = \sqrt{3gl}$ .

### Пример 17

Найдите линейные ускорения движения центров тяжести шара и диска, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости равен  $30^\circ$ . Начальная скорость тел равна нулю.

**Дано:**  $\alpha = 30^\circ$ ;  $v_{01} = v_{02} = 0$ .

**Найдите:**  $a_{ш}$ ,  $a_{д}$ .

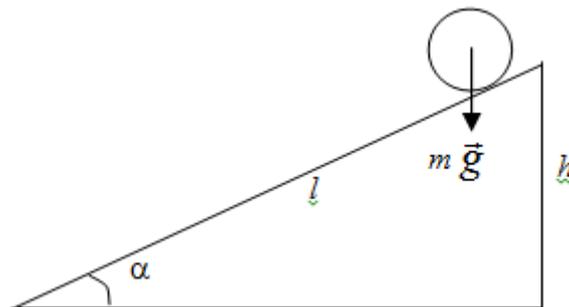


Рис. 8

**Решение:** При скатывании тела с наклонной плоскости высотой  $h$  его потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения.

По закону сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1)$$

где  $I$  – момент инерции тела,

$m$  – масса.

Длина наклонной плоскости  $l$  связана с высотой соотношением (рис. 8):

$$h = l \sin \alpha. \quad (2)$$

Линейная скорость связана с угловой скоростью соотношением:

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

После подстановки (2) и (3) в (1), получим:

$$mgl \cdot \sin \alpha = \frac{v^2}{2} \left( m + \frac{I}{R^2} \right). \quad (4)$$

Так как движение происходит под действием постоянной силы (силы тяжести), то движение тел – равноускоренное. Поэтому:

$$l = \frac{at^2}{2} \quad (5)$$

и

$$v = at. \quad (6)$$

Решая совместно (4), (5) и (6), получим:

$$a = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{m + \frac{I}{R^2}}. \quad (7)$$

Моменты инерции:

$$\text{для шара: } I = \frac{2}{5}mR^2; \quad \text{для диска: } I = \frac{1}{2}mR^2.$$

Подставляя выражение для момента инерции в формулу (7), получим:

$$\text{для шара: } a_{\text{шар}} = \frac{mgs\sin\alpha}{m + \frac{2}{5} \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{5}{7} g\sin\alpha, \quad a_{\text{шар}} = \frac{5}{7} \cdot 9,8\sin 30^\circ = 3,5 \text{ (м/с}^2\text{)},$$

$$\text{для диска: } a_{\text{д}} = \frac{mgs\sin\alpha}{m + \frac{1}{2} \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{2}{3} g\sin\alpha, \quad a_{\text{д}} = \frac{2}{3} \cdot 9,8\sin 30^\circ = 3,27 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

**Ответ:**  $a_{\text{ш}} = 3,5 \text{ м/с}$ ;  $a_{\text{д}} = 3,27 \text{ м/с}$ .

### Пример 18

Маховик в виде сплошного диска радиусом  $R = 0,2 \text{ м}$  и массой  $m = 50 \text{ кг}$  раскручен до частоты вращения  $n = 480 \text{ об/мин}$  и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через  $t = 50 \text{ с}$ . Найдите момент сил трения.

**Дано:**  $R = 0,2 \text{ м}$ ;  $m = 50 \text{ кг}$ ;  $n_1 = 480 \text{ об/мин} = 8 \text{ об/с}$ ;  $n_2 = 0$ ;  $t = 50 \text{ с}$ .

**Найдите:**  $M$ .

**Решение:** Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения. Пусть диск вращается относительно оси  $z$ , тогда мы можем воспользоваться уравнением (как это было указано выше) в виде:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Отсюда

$$dL_z = M_z dt, \tag{1}$$

где  $dL_z$  – можно рассматривать как изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси  $z$ , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени  $dt$ ;

$M_z$  – момент внешних сил (в нашем случае момент сил трения), действующих на маховик относительно той же оси. Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ( $M_z = \text{const}$ ), поэтому при

интегрирования уравнения  $M_z$  можно вынести за знак интеграла:

$$\int_{L_{z1}}^{L_{z2}} L_z = M_z \int_{t_1}^{t_2} dt.$$

Обозначим

$$L_{z2} - L_{z1} = \Delta L_z \quad \text{а} \quad (t_2 - t_1) = \Delta t, \quad \text{получим}$$

$$\Delta L_z = M_z \Delta t \quad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси момент импульса

$$L = I_z \omega,$$

где  $I_z$  – момент инерции маховика относительно оси  $z$ ,  $\omega$  – угловая скорость маховика. Поскольку момент инерции  $I_z$  со временем не изменяется, то изменение момента будет равно:

$$\Delta L_z = I_z \cdot \Delta \omega, \quad (3)$$

где  $\Delta \omega$  - изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части (2) и (3), получим:

$$M_z \Delta t = I_z \cdot \Delta \omega,$$

откуда

$$M_z = \frac{I_z \cdot \Delta \omega}{\Delta t}. \quad (4)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется из соотношения

$$I_z = \frac{1}{2} m R^2.$$

Изменение угловой скорости

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$$

выразим через конечную  $n_2$  и начальную  $n_1$  частоты вращения, используя соотношение

$$\omega = 2\pi n$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставим в соотношение (4) выражения для  $I_z$ ,  $\Delta\omega$ , получим:

$$M_z = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}.$$

Проверим размерности.

Момент импульса имеет размерность в СИ:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] \quad [\vec{L}] = \frac{m \cdot \text{кг} \cdot m}{c} = \frac{\text{кг} \cdot m^2}{c}.$$

Размерность момента силы

$$M_z = \frac{dL_z}{dt}; \quad [M_z] = \frac{\text{кг} \cdot m^2}{c \cdot c} = \frac{\text{кг} \cdot m^2}{c^2}.$$

Размерность правой части (в данном случае она неочевидна)

$$\left[ \frac{\pi m \cdot R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t} \right] = \frac{\text{кг} \cdot m^2}{c} \cdot \frac{1}{c} = \frac{\text{кг} \cdot m^2}{c^2}.$$

Размерности правой и левой частей совпадают.

Произведем вычисления:

$$M_z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 (0 - 8)}{50} = -1 \text{ (Н/м)}.$$

Знак минус показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

**Ответ:**  $M_z = -1$  Н/м.

*Пример 19*

Человек сидит в центре скамьи Жуковского, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой  $n = 30 \text{ мин}^{-1}$ . В вытянутых в стороны руках он держит по гири массой  $m = 5$  кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения  $l_1 = 60$  см.

Суммарный момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения  $I_0 = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Определите:

1. частоту  $n_2$  вращения скамьи с человеком;
2. работу  $A$ , которую совершит человек, если он прижмет гантели к себе так, что расстояние от каждой гири до оси станет равным  $l_2 = 20 \text{ см}$ .

**Дано:**  $n_1 = 30 \text{ мин}^{-1} = 0,5 \text{ с}^{-1}$ ;  $m = 5 \text{ кг}$ ;  $l_1 = 60 \text{ см}$ ;  $I_0 = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;  $l_2 = 20 \text{ см}$ .

**Найдите:**  $n_2$ ;  $A$ .

**Решение:**

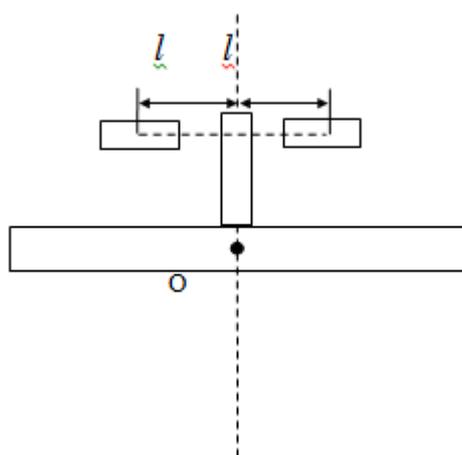


Рис. 9

По условию задачи момент внешних сил относительно вертикальной оси вращения равен нулю, поэтому момент импульса этой системы сохраняется, т.е.

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2. \quad (1)$$

В соответствие с теоремой Штейнера момент инерции тела  $I$  относительно произвольной оси равен его моменту инерции  $I_0$  относительно параллельной оси, проходящей через масс  $O$  тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями, т.е.

$$I = I_0 + ml_2^2.$$

Отсюда:

$$I_1 = I_0 + 2ml_1^2 \text{ — момент инерции всей системы до сближения.}$$

$$I_2 = I_0 + 2ml_2^2 \text{ — момент инерции всей системы после сближения.}$$

Здесь  $m$  – масса каждой гири. Угловая скорость

$$\omega = 2\pi n.$$

Подставим полученные соотношения в (1).

$$(I_0 + 2ml_1^2) \cdot 2\pi n_1 = (I_0 + 2ml_2^2) \cdot 2\pi n_2.$$

Искомая частота вращения:

$$n_2 = \frac{I_0 + 2ml_1^2}{I_0 + 2ml_2^2} \cdot n_1.$$

Поскольку размерности правой и левой частей совпадают, то можно для  $n_1$  сохранить внесистемную единицу – минута,  $n_2$  тоже получим в минутах.

$$n_2 = \frac{2 + 2 \cdot 5 \cdot 0,36}{2 + 2 \cdot 5 \cdot 0,04} \cdot 30 = 70 \text{ (мин)}.$$

Работа, совершенная человеком, равна изменению кинетической энергии системы:

$$A = E_2 - E_1 = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} - \frac{I_1 \omega_1^2}{2}.$$

Из уравнения (1) выразим  $\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1$ , получим:

$$A = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} \left( \frac{I_1}{I_2} - 1 \right) = \frac{I_1 \omega_1^2}{2I_2} (I_1 - I_2) = \frac{2I_1 \pi^2 n_1^2}{I_2} (I_1 - I_2).$$

В этом выражении необходимо  $n_1$  выразить в секундах, т.е.

$$n_1 = 30 \text{ мин}^{-1} = 0,5 \text{ с}^{-1}.$$

Подставив численные значения, получим:

$$A = \frac{2(2 + 2 \cdot 5 \cdot 0,36) \cdot 3,14^2 \cdot 0,25}{2 + 2 \cdot 5 \cdot 0,04} \cdot 3,2 = 36,8 \text{ (Дж)}.$$

**Ответ:**  $n_2 = 70$  мин;  $A = 36,8$  Дж.

### Пример 20

Маховик в виде диска массой  $m = 500$  кг и радиусом  $R = 20$  см раскручен до угловой скорости  $\omega = 480$  об/мин и затем предоставлен самому себе. Под влиянием сил трения маховик остановился, сделав до полной остановки  $N = 200$  об. Найдите момент силы трения.

**Дано:**  $m = 500$  кг;  $R = 20$  см;  $\omega = 480$  об/мин = 8 об/с;  $N = 200$  об.

**Найдите:**  $M_{\text{тр}}$ .

**Решение:** Как это следует из теории, работа, совершаемая диском до остановки, равна изменению его кинетической энергии:

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}.$$

Поскольку  $\omega_2 = 0$ , то

$$A = -\frac{I\omega_1^2}{2}. \quad (1)$$

Кроме того, работа при вращательном движении определяется по формуле:

$$A = M \cdot \varphi, \quad (2)$$

Здесь  $M$  – вращающий момент,  $\varphi$  – угол поворота диска. Приравняв (1) и (2), получим:

$$M\varphi = -\frac{I\omega_1^2}{2}. \quad (3)$$

Момент инерции диска определяем из таблицы на стр. 42

$$I = \frac{mr^2}{2}.$$

Подставим это выражение в уравнение (3)

$$M\varphi = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4}.$$

Отсюда выразим момент силы трения

$$M = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4\varphi}. \quad (4)$$

Рассчитаем угол поворота в радианах

$$\varphi = 2\pi N = 2 \cdot 3,14 \cdot 200 = 1256 \text{ рад.}$$

Выразим угловую скорость в радианах в секунду

$$\omega = \frac{\pi}{30} = \frac{3,14 \cdot 480}{30} = 50,2 \text{ (рад/с)}.$$

Подставив численные значения в уравнение (4), найдем

$$M = -\frac{50 \cdot (0,2)^2 \cdot (50,2)^2}{4 \cdot 1256} = -1 \text{ (Н·м)}.$$

Знак «минус» в данном выражении показывает, что момент силы трения оказывает тормозящее действие, т.е. направлен в противоположную сторону моменту вращения.

**Ответ:**  $M_{\text{тр}} = -1 \text{ Н·м.}$

**ТАБЛИЦА К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1  
(для ПСЖ.2, ПСЖ.3, СЖД.1, СЖД.2)  
И К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №1 и №2  
(для СОД.1, СОД.2, СОД.3)**

Студент-заочник должен ответить на три вопроса по теоретической подготовке и решить шесть контрольных задач того варианта, номер которого совпадает с двумя последними цифрами шифра (до 50), либо равняется сумме двух последних цифр шифра (более 50).

Вариант	Номера вопросов			Номера задач					
	1	16	30	101	114	125	136	147	158
<b>01</b>	1	16	30	101	114	125	136	147	158
<b>02</b>	2	17	31	102	115	126	137	148	159
<b>03</b>	3	18	32	103	116	127	138	149	160
<b>04</b>	4	19	33	104	117	128	139	150	151
<b>05</b>	5	20	34	105	118	129	140	141	152
<b>06</b>	6	21	35	106	119	130	131	142	153
<b>07</b>	7	22	36	107	120	121	132	143	154
<b>08</b>	8	23	25	108	111	122	133	144	155
<b>09</b>	9	24	26	109	111	125	134	149	156
<b>10</b>	10	13	27	110	113	126	135	150	157
<b>11</b>	11	14	28	101	114	127	136	141	158
<b>12</b>	12	15	29	102	115	128	137	142	159

Вариант	Номера вопросов			Номера задач					
	1	2	3	1	2	3	4	5	6
13	1	16	30	103	116	129	138	143	160
14	2	17	31	104	117	130	139	144	152
15	3	18	32	105	118	121	140	145	153
16	4	19	33	106	119	122	131	146	154
17	5	20	34	107	110	123	132	147	155
18	6	21	35	108	111	124	133	148	156
19	7	22	36	109	113	127	134	149	157
20	8	23	25	110	114	128	135	150	158
21	9	24	26	101	115	129	136	143	159
22	10	13	27	102	116	130	140	144	160
23	11	14	28	103	117	121	131	145	151
24	12	15	29	104	118	122	132	146	157
25	1	16	30	105	119	123	133	147	158
26	2	17	31	106	110	124	134	148	159
27	3	18	32	107	111	125	135	149	160
28	4	19	33	108	112	126	136	150	151
29	5	20	34	109	113	127	137	141	152
30	6	21	35	110	115	128	138	142	153
31	7	22	36	101	116	129	139	147	154
32	8	23	25	102	117	130	140	148	155
33	9	24	26	103	118	121	131	149	156
34	10	13	27	104	119	122	133	150	153
35	11	14	28	105	110	123	134	141	154
36	12	15	29	106	111	124	135	142	155
37	1	16	30	107	112	125	136	143	156
38	2	17	31	108	113	126	137	144	157
39	3	18	32	109	114	127	138	145	158
40	4	19	33	110	115	128	139	146	159
41	5	20	34	101	116	129	140	149	160
42	6	21	35	102	117	130	131	150	151
43	7	22	36	103	118	121	132	141	152
44	8	23	25	104	119	124	133	142	153
45	9	24	26	105	110	125	134	143	154
46	10	13	27	106	113	126	135	144	155
47	11	14	28	107	114	127	136	145	156
48	12	15	29	108	115	128	137	146	157
49	1	16	30	109	116	129	138	147	158
50	2	17	31	110	117	130	139	148	159

### ВОПРОСЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ

1. Механическое движение. Классическая механика и границы ее применимости. Поступательное, вращательное, колебательное движение.

2. Материальная точка. Система отсчета. Радиус-вектор точки. Траектория, путь, перемещение.

3. Средняя и мгновенная скорости. Кинематические уравнения прямолинейного равномерного движения.

4. Среднее и мгновенное ускорение. Кинематические уравнения прямолинейного равнопеременного движения.

5. Криволинейное движение. Нормальная и тангенциальная составляющие ускорения.

6. Что характеризуют нормальное и тангенциальное ускорения? Точка движется равномерно по окружности. Чему равны нормальное и тангенциальное ускорения?

7. Точка движется по прямой с увеличивающейся скоростью. Чему равны нормальное и тангенциальное ускорения? Как определить путь, пройденный телом при неравномерном движении?

8. Движение материальной точки по окружности как частный случай криволинейного движения. Угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение. Период и частота вращения.

9. Связь между линейными и угловыми кинематическими характеристиками. Аналогия между кинематическими уравнениями прямолинейного и криволинейного движения.

10. Дайте определения кинематических характеристик вращательного движения. Как определить направление угловой скорости и углового ускорения? Как связаны между собой линейные и угловые величины?

11. Сложение скоростей и принцип относительности в классической механике. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона.

12. Сила. Масса. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Третий закон Ньютона.

13. Импульс материальной точки. Импульс системы материальных точек. Закон сохранения импульса (получить из II и III законов Ньютона).

14. Движение тела в поле силы тяжести. Свободное падение. Движение тела под действием нескольких сил. Равнодействующая.

15. Виды сил в механике. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести, вес тела. Невесомость. Силы упругости. Деформация. Закон Гука. Силы трения. Коэффициент трения. Трение покоя и трение скольжения.

16. Система материальных точек. Внешние и внутренние силы. Замкнутая система. Центр масс и закон его движения.

17. Работа постоянной и переменной сил. Графическое представление работы. Мощность.

18. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике. Консервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией.

19. Кинетическая энергия. Теорема о кинетической энергии. Работа как мера изменения энергии. Потенциальная энергия. Полная механическая энергия.

20. Консервативные и неконсервативные силы. Диссипация энергии. Общефизический закон сохранения энергии.

21. Как выражается в поступательном движении механическая работа: а) постоянной силы, направленной под углом к перемещению; б) нескольких постоянных сил; в) переменной силы; г) силы упругости?

22. Как выражается кинетическая энергия при поступательном и вращательном движениях?

23. Виды механической энергии. Закон сохранения механической энергии. Общефизический закон сохранения и превращения энергии.

24. Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

25. Написать законы сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

26. Угловое перемещение, угловая скорость и угловое ускорение. Связь между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения.

27. Момент инерции точки относительно оси вращения. Абсолютно твердое тело как система материальных точек. Момент инерции сплошного тела. Теорема Штейнера.

28. Момент силы и момент импульса относительно точки. Уравнение моментов для материальной точки. Момент силы и момент импульса абсолютно твердого тела относительно оси вращения.

29. Момент силы относительно точки. Что такое «плечо силы»? Как его определить и построить на рисунке?

30. Напишите выражение момента инерции: а) для материальной точки; б) для системы материальных точек; в) для абсолютно твердого тела.

31. Закон сохранения момента импульса системы материальных точек.

32. Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела относительно неподвижной оси.

33. Кинетическая энергия вращения. Кинетическая энергия при плоском движении абсолютно твердого тела.

34. Работа и мощность при вращательном движении.

35. Аналогия между динамикой поступательного и вращательного движений.

36. Условия равновесия твердого тела. Устойчивое и неустойчивое равновесие.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

101. Прямолинейное движение материальной точки описывается законом  $x = 0,5t^3 - 8t^2$ . Найти экстремальное значение скорости  $v_1$  точки. Какому моменту времени  $t_1$  от начала движения оно соответствует. В какой момент времени  $t_2$  скорость  $v_2 = 0$ ?

102. Уравнения движения двух материальных точек по прямой:  $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$ , где  $B_1 = 11$  м/с,  $C_1 = -4$  м/с<sup>2</sup>,  $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$ , где  $B_2 = 1$  м/с,  $C_2 = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

103. Уравнение движения точки по прямой:  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 6$  м/с и  $B = 0,125$  м/с<sup>3</sup>. Определить силу, действующую на точку в момент времени  $t = 1$  с. Масса точки  $m = 0,1$  кг.

104. Определить полное ускорение в момент времени  $t = 3$  с точки, находящейся на ободу колеса радиусом 0,5 м. Уравнение вращения колеса:  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 1$  рад/с,  $B = 0,2$  рад/с<sup>3</sup>.

105. Точка вращается по окружности радиусом 8 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4 м/с<sup>2</sup>, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол 60°. Найти скорость  $v$  и тангенциальное ускорение  $a_t$  точки.

106. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид:  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 3$  м/с,  $B = 0,06$  м/с<sup>3</sup>. Найти скорость и ускорение точки в момент времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 3$  с. Каково среднее значение скорости за первые 3 с?

107. Скорость прямолинейно движущейся частицы изменяется по закону  $v = At - Bt^2$ , где  $A = 11$  м/с и  $B = 2$  м/с<sup>2</sup>. Найти: а) экстремальное значение скорости частицы; б) координату  $x$  частицы для этого же момента времени, если в момент  $t = 0$ ,  $x_0 = 0$

108. Уравнение движения материальной точки по прямой имеет вид:  $x = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 4$  м,  $B = 1$  м/с,  $C = -0,5$  м/с<sup>2</sup>. Найти момент времени, в который скорость точки  $v = 0$ . Чему равны координата  $x$  и ускорение точки в этот момент?

109. Частица движется по прямой по закону  $x = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 3$  м,  $B = 1,5$  м/с,  $C = 0,25$  м/с<sup>3</sup>. Найти средние значения скорости и ускорения за интервал времени от  $t_1 = 1$  с до  $t_2 = 6$  с.

110. Частица движется прямолинейно с ускорением  $a = 1B$ , где  $B = -0,5$  м/с<sup>2</sup>. В момент  $t = 0$  координата частицы  $x_0 = 0$ , скорость  $v_0 = A$ , где  $A = 1$  м/с. Найти: а) скорость частицы в конце третьей секунды; б) координату частицы через 3 с после начала движения; в) путь, пройденный частицей за это время.

111. На тело массой 100 кг, лежащее на наклонной плоскости, которая образует с горизонтом угол  $40^\circ$ , действует сила 1,5 кН, параллельная основанию плоскости. Определить: 1) силу, прижимающую тело к плоскости; 2) силу трения о плоскость; 3) ускорение, с которым поднимается тело. Коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

112. На горизонтальной поверхности лежит тело массой 5 кг. Какой путь пройдет это тело за 1 с, если к нему приложить силу 50 Н, образующую угол  $60^\circ$  с горизонтом? Коэффициент трения между телом и поверхностью принять равным 0,1.

113. На покоящееся тело массой 1 кг подействовали силой, направленной под углом  $30^\circ$  к горизонту. После начала движения по горизонтальной поверхности тело за 5 с прошло 15 м. Найти значение действующей силы, если коэффициент трения скольжения 0,01.

114. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $45^\circ$ . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 1 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

115. Какую по величине силу нужно приложить под углом  $30^\circ$  вверх к горизонту к центру инерции вагона массой 16 т, стоящему на рельсах, чтобы он стал двигаться равноускоренно и за 30 с прошел путь в 10 м, если коэффициент трения равен 0,05?

116. Наклонная плоскость, образующая угол  $15^\circ$  с плоскостью горизонта, имеет длину 1 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время 1 с. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

117. Ледяная гора составляет с горизонтом угол  $30^\circ$ . Из некоторой точки по ней снизу вверх движется тело с начальной скоростью 10 м/с. Коэффициент трения скольжения 0,1. Определите скорость тела при его возвращении в ту же точку.

118. В вагоне, движущемся горизонтально и прямолинейно с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ , висит на шнуре груз массой  $m = 0,1 \text{ кг}$ . Найти силу натяжения шнура и угол отклонения шнура от вертикали.

119. Масса автомобиля  $m = 10^3 \text{ кг}$ . Во время движения на него действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, в случаях: а) равномерного движения; б) движения с ускорением  $a = 1,4 \text{ м/с}^2$ .

120. Автомобиль массой  $6,8 \cdot 10^3 \text{ кг}$  подъехал к подъему дороги с углом наклона  $15^\circ$ , имея скорость 14 м/с. Сила тяги автомобиля 8 кН, коэффициент трения 0,06, длина подъема 100 м. Найти: 1) ускорение автомобиля; 2) скорость в конце подъема; 3) время движения.

121. Определить импульс силы, полученной стенкой при ударе о нее шарика массой 300 г, если шарик двигался со скоростью 8 м/с под углом  $60^\circ$  к плоскости стенки. Удар о стенку считать упругим.

122. Снаряд, летевший со скоростью 400 м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью 150 м/с. Определить скорость большого осколка (по величине и направлению).

123. Мячик массой 100 г свободно падает с высоты 1 м на стальную плиту и подпрыгивает на высоту 0,5 м. Определить импульс (по величине и направлению), сообщенный мячиком плите.

124. Конькобежец, стоя на льду, бросает ядро массой 5 кг в горизонтальном направлении со скоростью 15 м/с. Определить, с какой скоростью будет откатываться конькобежец и какая работа им совершена при бросании ядра, если масса конькобежца 70 кг. Трение о лед не принимать в расчет.

125. Пушка, стоящая на очень гладкой горизонтальной площадке, стреляет под углом  $30^\circ$  к горизонту. Масса снаряда – 10 кг,

начальная скорость – 100 м/с. Какую скорость приобретает пушка при выстреле, если ее масса 500 кг.

126. С бронированной платформы массой 10000 кг (вместе с пушкой) произведен выстрел из ствола пушки, направленного под углом  $30^\circ$  к горизонту. Масса снаряда 16 кг, скорость снаряда 700 м/с. Найти скорость движения платформы после выстрела, если перед выстрелом она двигалась в направлении выстрела со скоростью 4,5 км/ч..

127. Человек массой 60 кг, бегущий со скоростью 8 км/ч, догоняет тележку массой 80 кг, движущуюся со скоростью 1,9 км/ч и вскакивает на нее. С какой скоростью будет двигаться тележка? С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

128. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой  $10^4$  кг и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если он двигался со скоростью 36 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда.

129. Определить импульс, полученный стенкой при абсолютно упругом ударе о нее шарика массой 300 г, если он двигался со скоростью 8 м/с под углом  $60^\circ$  к плоскости стенки.

130. Навстречу друг другу летят два шара массами  $m_1$  и  $m_2$ . Кинетическая энергия второго шара в 10 раз больше кинетической энергии первого. Между шарами происходит абсолютно неупругий удар. Найти неравенство, показывающее, при каком соотношении  $m_1/m_2$  шары после удара будут двигаться в сторону движения первого шара.

131. Парашютист массой 70 кг совершает затяжной прыжок и через 14 с имеет скорость 60 м/с. Считая движение парашютиста равноускоренным, найти работу по преодолению сопротивления воздуха.

132. Найти работу, совершаемую при подъеме груза массой 10 кг по наклонной плоскости с углом наклона  $45^\circ$  на расстояние 1 м, если время подъема – 1 с, а коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

133. Пружина жесткостью 500 Н/м сжата силой  $F = 100$  Н. Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на 1 см.

134.. Шар радиусом 11 см катится по горизонтальной поверхности со скоростью 1,4 м/с. На какую высоту закатится шар на наклонную плоскость? Потерями механической энергии пренебречь.

135. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 1,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией 5 Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

136. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара – 0,1 кг, масса второго – 100 г. Первый шар отклонился так, что его центр тяжести поднимается на высоту 4,5 см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар неупругий.

137. Пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 150 м/с, простреливает лежащий на столе брусок массой 150 г и теряет при этом половину своей кинетической энергии. Какой импульс приобретет брусок? Какое количество тепла выделяется в нем?

138. Тело массой  $m = 1$  кг под действием постоянной силы движется прямолинейно, причем зависимость координаты  $x$  тела от времени определяется равенством  $x = V + Ct + Dt^2$ , где  $V = 1$  м,  $C = 1$  м/с,  $D = 3$  м/с<sup>2</sup>. Найти работу силы за интервал времени от 0 до  $t = 3$  с.

139. Тело массой  $m = 1$  кг пустили вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Начальная скорость тела  $v_0 = 10$  м/с, коэффициент трения  $\mu = 0,1$ . Найти: 1) путь, пройденный телом до остановки; 2) работу силы трения на этом пути.

140. В баллистический маятник массой  $M = 4$  кг попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая с горизонтальной скоростью  $v = 400$  м/с, и застревает в нем. Найти высоту, на которую поднимется, отклонившись, маятник.

141. Через шкив, насаженный на общую ось с маховым колесом, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами 100 и 400 г. Момент инерции колеса со шкивом равен  $0,041$  кг\*м<sup>1</sup>. На какое расстояние должен опуститься груз большей массы, чтобы колесо со шкивом получило скорость, соответствующую 60 об/мин. Радиус шкива 10 см.

142. На барабан радиусом 10 см, момент инерции которого равен  $0,1$  кг·м<sup>2</sup>, намотан шнур, к которому привязан груз массой 0,5 кг. До начала вращения барабана высота груза над полом равна 1 м. Найти:

1) через сколько времени груз опустится до пола; 1) кинетическую энергию груза в момент удара о пол. Трением пренебречь.

143. Диск массой 1 кг и диаметром 60 см вращается вокруг оси, проходящей через центр, перпендикулярно его плоскости, делая 10 об/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?

144. На барабан радиусом 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 10 кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением  $1,04 \text{ м/с}^2$ .

145. Маховое колесо, имеющее момент инерции  $145 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , вращается, делая 10 об/с. Через минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения; 1) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

146. Маховик, момент инерции которого равен  $53,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Найти тормозящий момент, под действием которого маховик останавливается через 10 с и работу сил торможения.

147. Сплошной шар радиусом 10 см и массой 0,5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с частотой 5 об/с. На шар подействовал постоянный вращающий момент, вследствие чего шар сделал 100 об за 15 с. Найти этот вращающий момент, а также нормальное ускорение точек на поверхности шара спустя 10 с от начала ускоренного вращения.

148. Определить момент силы, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой  $11 \text{ с}^{-1}$ , чтобы он остановился в течении времени 8 с. Диаметр блока – 30 см. Массу блока 6 кг считать равномерно распределенной по ободу.

149. Нить с привязанными к ее концам грузами массой 50 г и 60 г перекинута через блок диаметром 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием сил натяжения нитей он получил угловое ускорение  $1,5 \text{ рад/с}^2$ .

150. На обод маховика диаметром 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 1 кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно, за время 3 с приобрел угловую скорость 9 рад/с.

151. На краю платформы в виде диска, вращающегося по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $8 \text{ мин}^{-1}$ , стоит человек массой 70 кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала

вращаться с частотой  $10 \text{ мин}^{-1}$ . Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

152. Определить высоту наклонной плоскости, если линейная скорость центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости равна  $1,65 \text{ м/с}$ . Начальная скорость шара равна нулю.

153. Горизонтально расположенный деревянный стержень массой  $0,8 \text{ кг}$  и длиной  $1,8 \text{ м}$  может вращаться вокруг перпендикулярной к нему вертикальной оси, проходящей через его середину. В конец стержня попадает и застревает в нем пуля массой  $3 \text{ г}$ , летящая перпендикулярно к оси стержня со скоростью  $50 \text{ м/с}$ . Определить угловую скорость, с которой начинает вращаться стержень.

154. Два колеса, имеющие форму дисков, массами  $0,1$  и  $0,4 \text{ кг}$  и радиусами  $10$  и  $10 \text{ см}$  начинают вращаться одновременно. Угловое ускорение первого колеса  $3,14 \text{ рад/с}^2$ . За время  $10 \text{ с}$  от начала вращения первое колесо сделало на  $30$  об больше второго. На сколько отличаются вращающие моменты, действующие на колеса?

155. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу  $m = 1,6 \text{ кг}$ , катятся без скольжения с одинаковой скоростью  $v = 6 \text{ м/с}$ . Найти кинетические энергии этих тел.

156. Маховик, массу которого, равную  $50 \text{ кг}$ , можно считать равномерно распределенной по окружности радиусом  $70 \text{ см}$ , вращается, делая  $10 \text{ об/с}$ . Вследствие трения скорость вращения его уменьшилась до  $5 \text{ об/с}$  в течение  $15 \text{ с}$ . Определить тормозящий момент сил и число оборотов, сделанных маховиком за это время.

157. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило за  $1 \text{ мин}$  скорость вращения от  $300$  до  $180 \text{ об/мин}$ . Момент инерции колеса равен  $1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) тормозящий момент; 3) число оборотов, которое колесо сделало за эту минуту.

158. На какой угол  $\alpha$  надо отклонить тонкий однородный стержень длиной  $l = 1,1 \text{ м}$ , подвешенный на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня, чтобы его нижний конец при прохождении положения равновесия имел скорость  $v = 4,9 \text{ м/с}$ ?

159. Горизонтальная платформа в виде круглого однородного диска массой  $m = 80 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 1 \text{ м}$  вращается с частотой  $n_1 = 10 \text{ об/мин}$ . В центре платформы стоит человек и держит в раскинутых руках гири. С какой частотой будет вращаться платформа, если

человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $I_1 = 2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  до  $I_2 = 0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ?

160. На неподвижной скамье Жуковского стоит человек и ловит мяч массой  $m = 150 \text{ г}$ , летящий со скоростью  $v = 36 \text{ м/с}$  в горизонтальном направлении на расстоянии  $r = 70 \text{ см}$  от вертикальной оси вращения скамьи. После этого скамья стала поворачиваться с угловой скоростью  $\omega = 0,9 \text{ рад/с}$ . Найти момент инерции человека и скамьи.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### *Измерения и погрешности*

Основная задача физического эксперимента – измерение физических величин для дальнейшего их анализа и установления взаимосвязей между ними – физических законов. Умение правильно измерять и обрабатывать полученные результаты необходимо не только в научной, но и в практической инженерной деятельности. Любые измерения должны завершаться соответствующей математической обработкой, обязательно включающей в себя оценку погрешностей измерений. Только в этом случае эксперимент считается законченным, а его результаты приобретают ценность и достоверность.

Рассмотрим основные правила вычисления погрешностей. Измерения бывают прямые и косвенные. В прямых измерениях физическая величина измеряется непосредственно, тогда, как при косвенных измерениях нужная величина не измеряется, а вычисляется по результатам измерений других величин.

Любое измерение (прямое или косвенное) дает лишь приблизительное значение данной физической величины. Поэтому вместе с результатом всегда необходимо указывать его точность, называемую абсолютной погрешностью результата.

*Абсолютной погрешностью* измерения называется разность между значением, полученным в данном измерении и истинным значением величины:

$$\Delta x = X_{изм} - X_{ист}.$$

Наиболее близким к истинному значению является среднее арифметическое значение всех  $n$  измерений:

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n},$$

где  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  - результаты отдельных измерений величины  $x$ .



Интервал, внутри которого лежит истинное значение измеряемой величины, называется **доверительным интервалом**  $[\langle x \rangle - \Delta x, \langle x \rangle + \Delta x]$  (рис.). Абсолютная погрешность определяет границы доверительного интервала  $\langle x \rangle - \Delta x < X_{истин} < \langle x \rangle + \Delta x$ , чему соответствует форма записи результатов измерений в виде  $x = \langle x \rangle \pm \Delta x$ .

Надежностью измерения или **доверительной вероятностью**  $\alpha$  называется вероятность того, что измеренная величина попадает в указанный доверительный интервал. Например, доверительная вероятность  $\alpha=0.95$  означает, что из 100 измерений 95 попадет в доверительный интервал.

Абсолютная погрешность имеет ту же размерность, что и измеряемая величина. Измеренная величина округляется таким образом, чтобы ее последняя значащая цифра (цифра наименьшего разряда) соответствовала по порядку величины последней значащей цифре погрешности.

Отношение абсолютной погрешности измеряемой величины к самому значению этой величины называется **относительной погрешностью**:

$$\varepsilon = \delta x = \frac{|\Delta x|}{\langle x \rangle}$$

Относительная погрешность  $\varepsilon = \delta x$  – величина безразмерная. Фактически относительная погрешность показывает степень неточности полученного результата (или «процентное содержание неточности», если  $\varepsilon * 100\%$ ).

На практике, когда требуется знать значение физических величин с заданной доверительной вероятностью (как в ряде лабораторных работ) для расчета погрешностей используется метод Стьюдента.

**Последовательность расчета погрешностей методом Стьюдента:**

- 1) Вы измерили и получили несколько  $i = 1, \dots, n$  значений величины  $x_i$ .
- 2) Определяем среднее арифметическое значение величины  $x$ :

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

3) Определяем среднеквадратичную ошибку среднего арифметического значения  $\bar{x}$ , т.е. отклонение среднего арифметического от истинного значения:

- для этого сначала определяем квадраты отклонений измеренных значений от среднего арифметического

$$(x_i - \langle x \rangle)^2$$

- затем определяем сумму квадратов отклонений измеренных значений от среднего арифметического

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2$$

- и, наконец, среднеквадратичную ошибку среднего арифметического значения  $\bar{x}$ , т.е. отклонение среднего арифметического от истинного значения:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}$$

4) Задаемся доверительной вероятностью  $\alpha$ . По таблице коэффициентов Стьюдента определяем по известному значению числа измерений  $n$  и доверительной вероятности  $\alpha$  коэффициент Стьюдента  $t(\alpha, n)$ .

5) Определяем абсолютную погрешность величины  $x$  (доверительный интервал)  $\Delta x$

$$\Delta x = t(\alpha, n) \cdot S_n = t(\alpha, n) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}}$$

6) Определяем относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} 100\%$$

7) Записываем результат

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x$$

с указанием доверительной вероятности  $\alpha$  и размерности самой величины.

**Таблица коэффициентов Стьюдента.**

<i>n</i>	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.99$
2	6.3	12.7	63.7
3	2.9	4.3	9.9
4	2.4	3.2	5.8
5	2.1	2.8	4.6
6	2.0	2.6	4.0
7	1.9	2.4	3.7
8	1.9	2.4	3.5
9	1.9	2.3	3.4
10	1.8	2.3	3.3

**Основные физические постоянные**

(округленные с точностью до трех значащих цифр)

Нормальное ускорение свободного падения.....  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

Гравитационная постоянная .....  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$

Скорость света в вакууме .....  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

*Приставки и множители*

*Для образования десятичных кратных и дольных единиц*

Приставка	Символ	Множитель
дека	да	$10^1$
гекто	г	$10^2$
кило	к	$10^3$
мега	М	$10^6$
гига	Г	$10^9$
тера	Т	$10^{12}$

Приставка	Символ	Множитель
деци	д	$10^{-1}$
санти	с	$10^{-2}$
милли	м	$10^{-3}$
микро	мк	$10^{-6}$
нано	н	$10^{-9}$
пико	п	$10^{-12}$

*Греческий алфавит*

$\alpha$  - альфа,  $\beta$  - бета,  $\gamma$  - гамма,  $\Delta, \delta$  - дельта,  $\epsilon$  - эпсилон,

$\zeta$  - дзета,  $\eta$  - эта,  $\theta$  - тэта,  $\iota$  - нота,  $\kappa$  - каппа,

$\lambda$  - лямбда,  $\mu$  - мю,  $\nu$  - ню,  $\xi$  - кси,  $\omicron$  - омикрон,

$\pi$  - пи,  $\rho$  - ро,  $\Sigma, \sigma$  - сигма,  $\tau$  - тау,  $\phi$  - фи,

$\chi$  - хи,  $\Psi\psi$  - пси,  $\Omega, \omega$  - омега.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т.И. **Курс физики** / Т.И. Трофимова. – 17-е изд., стер.. – М.: Академия, 2008. – 560с.

1. Трофимова, Т.И. **Физика в таблицах и формулах**. Учеб.пособие для студентов ВУЗов / Т.И. Трофимова. М.: Академия, 2010. – 448с.

3. Грабовский, Р.И. **Курс физики**. Учебники для вузов / Р.И. Грабовский. СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 608с.

4. Детлаф, А.А. **Курс физики**. Учеб. пособие для ВТУЗов /А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 7-е изд. , стер. – М.: Академия, 2008. – 710с.

Учебно-методическое издание

Людмила Александровна КУЗОВНИКОВА

Елена Александровна ДЕНИСОВА

ФИЗИКА

методические указания и контрольные задания по выполнению  
контрольной работы для студентов заочной формы обучения  
специальностей: 190901.65 Системы обеспечения движения поездов,  
190300.65 Подвижной состав железных дорог, 271501.65  
Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей

ЧАСТЬ I МЕХАНИКА

---

Подписано в печать 06.04.2015 г.

Формат бумаги 60×84/16

1,73 авт. л.; 3,81 печ. л.

экз.

План издания 2015 г. № <sup>н</sup>/<sub>п</sub> КриЖТ

Протокол № от

Отпечатано в КриЖТ ИрГУПС

Красноярск, ул. Л. Кецховели, 89