

Динамика



Лекция 1.2.

Динамика - раздел механики, изучает причины движения тел и какими причинами вызвано взаимодействие между телами.

Классическая механика

Ньютон

Область применимости классической механики – это движение тел с большой (по сравнению с атомом) массой, движущихся с малыми (по сравнению со скоростью света) скоростями.

**Механика больших скоростей
(релятивистская механика)**

Эйнштейн

Уравнения релятивистской механики в пределе малых (по сравнению со скоростью света) скоростей переходят в уравнения классической механики

**Механика атомов
(квантовая механика)**

Бор, Шредингер, Дирак, Планк и др

Уравнения квантовой механики в пределе больших (по сравнению с массами атомов) масс переходят в уравнения классической механики

Две основные задачи динамики:

1. **Прямая задача:** Задано движение (уравнения движения, траектория). Требуется определить силы, под действием которых происходит заданное движение.
2. **Обратная задача:** Заданы силы, под действием которых происходит движение. Требуется найти параметры движения (уравнения движения, траекторию движения).

Обе задачи решаются с помощью **основного уравнения динамики** и проекции его на координатные оси.

Решение первой задачи связано с операциями дифференцирования. Решение обратной задачи требует интегрирования соответствующих дифференциальных уравнений и это значительно сложнее, чем дифференцирование. Обратная задача сложнее прямой задачи.

Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона

Для описания механических явлений надо выбрать систему отсчета.

В различных системах отсчета законы движения имеют, в общем случае, различный вид.

Оказывается можно найти такую систему отсчета, в которой законы механики имеют наиболее простой вид.

Это система отсчета с однородным и изотропным пространством и однородным временем.

Такая система отсчета называется инерциальной.

СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ
(ИСО)

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ
(НИСО)

Системы отсчета, которые

-Находятся в относительном покое (относительно Земли)
-Движутся равномерно прямолинейно

и
-Движутся ускоренно или замедленно
-Вращаются



Опыты Галилея





Рассуждения и эксперименты, посвященные падению тел, послужили доводами в пользу галилеевского принципа инерции. Если тело движется по наклонной плоскости вниз, оно ускоряется, если вверх, то замедляется, а если бесконечная плоскость не имеет наклона, то у движущегося по ней телу нет причины ни ускоряться, ни замедляться. Тело в таком случае находится в состоянии равномерного прямолинейного движения либо покоя.

В инерциальной системе отсчета всякое свободное движение происходит с постоянной по величине и направлению скоростью.

Это утверждение оставляет содержание *первого закона Ньютона* – *закона инерции*.

Если наряду с имеющейся у нас инерциальной системой отсчета мы введем другую систему отсчета, движущуюся относительно первой прямолинейно и равномерно, то законы свободного движения по отношению к этой системе будут такими же, как и по отношению к первоначальной:

свободное движение снова будет происходить с постоянной скоростью.

Существует бесконечное множество инерциальных систем отсчета, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно.

Принцип относительности Галилея

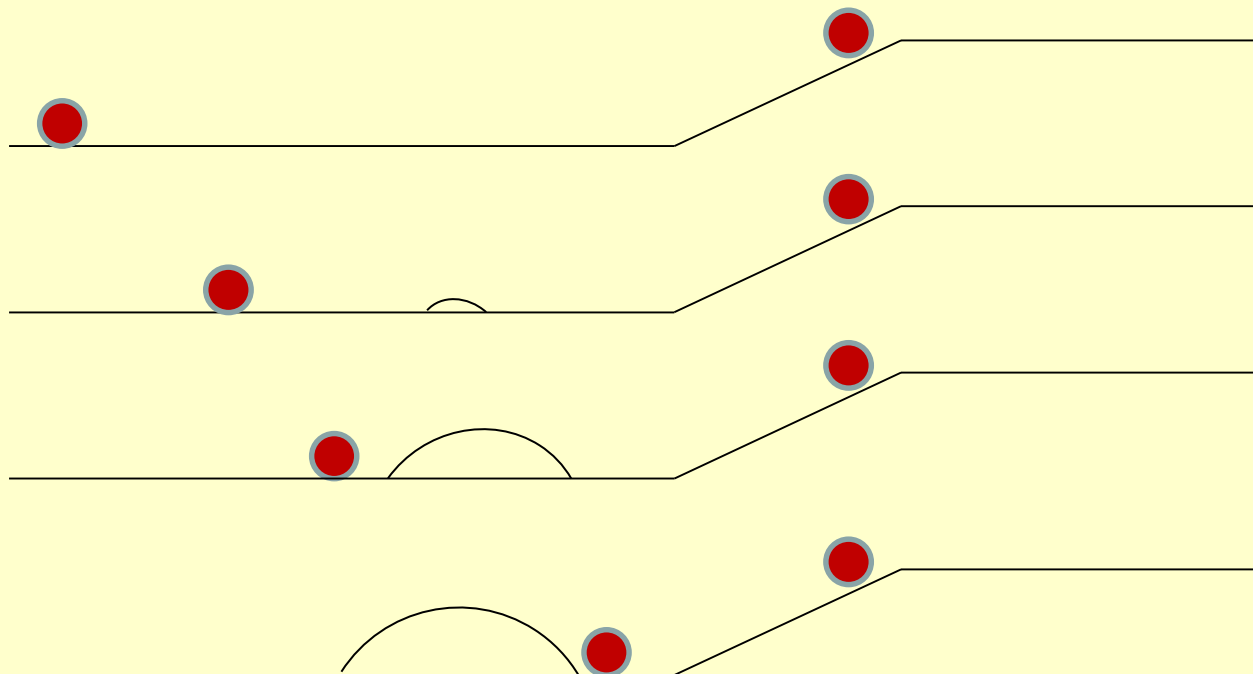
Во всех инерциальных системах свойства пространства и времени одинаковы и одинаковы все законы механики.



Инерциальные системы отсчета. Брошенное тело падает отвесно как в неподвижной системе отсчета, так и в системе, движущейся равномерно

Следствием первого закона Ньютона является утверждение: если наблюдатель находится в инерциальной системе отсчета, а это удостоверяет покоящееся в ней тело, то все прочие тела, на которые не действуют силы, будут также находиться в покое или двигаться с постоянной скоростью.

Опыты Галилея:



Вывод:

Чем больше препятствие,
тем меньшее расстояние
проходит тело

Следствие из опытов:

Если вообще ликвидировать препятствие, даже в виде трения, сопротивления воздуха и т.п., то тело будет двигаться бесконечно долго

1 закон Ньютона (закон инерции)

Существуют такие системы отсчета (ИСО) в которых изолированное тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения



Инерция – явление сохранения скорости



Второй закон Ньютона. Основные понятия

Второй закон Ньютона количественно определяет: изменение состояние движения тела под действием внешних сил.

Под силой в механике понимают всякую причину, изменяющую состояние движения тела.

Всякое тело оказывает сопротивление при попытках привести его в движение или изменить модуль или направление его скорости. Это свойство тел называется *инертностью*.

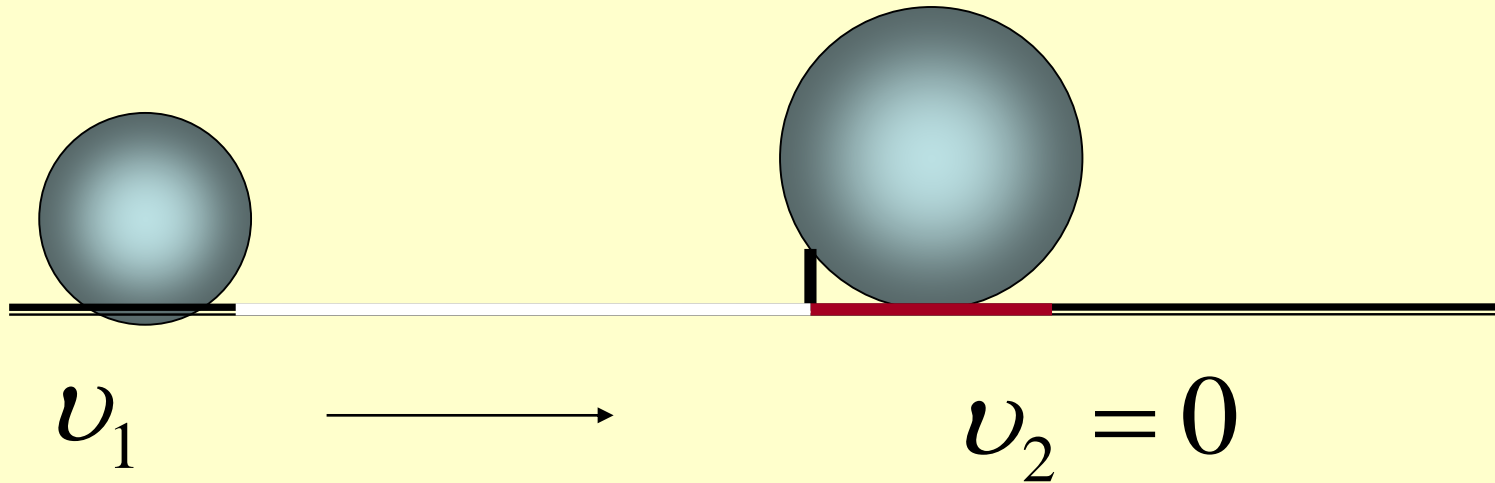
Взаимодействие тел

Согласно явлению инерции, тело само не может изменить скорость своего движения.

Для изменения скорости тела на него необходимо подействовать другим телом.

Действие тел друг на друга называют *взаимодействием*.

В результате взаимодействия оба тела изменяют свою скорость.



фундаментальные взаимодействия:

тип взаимодействия	величина константы взаимодействия G	расстояние взаимодействия r, м
1. Сильное (ядерное)	1	$\sim 10^{-13}$
2. Электромагнитное	1/137	$\sim \infty$
3. Слабое	10^{-14}	$\sim 10^{-13}$
4. Гравитационное	10^{-39}	$\sim \infty$

Физические поля

Если тела взаимодействуют без непосредственного соприкосновения, то говорят, что они взаимодействуют посредством поля

Поле - вид материи, посредством которого передается взаимодействие.

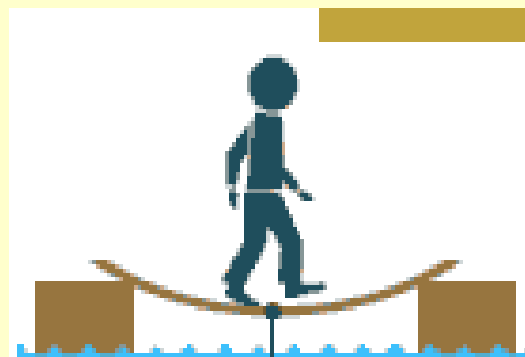
Некоторые виды полей:

- 1) гравитационное;
- 2) электромагнитное;

Силой называется всякое воздействие на данное тело, сообщающее ему ускорение или вызывающее его деформацию.



F – сила



Единица измерения



Н (Ньютон)

Полная характеристика силы включает следующую информацию:

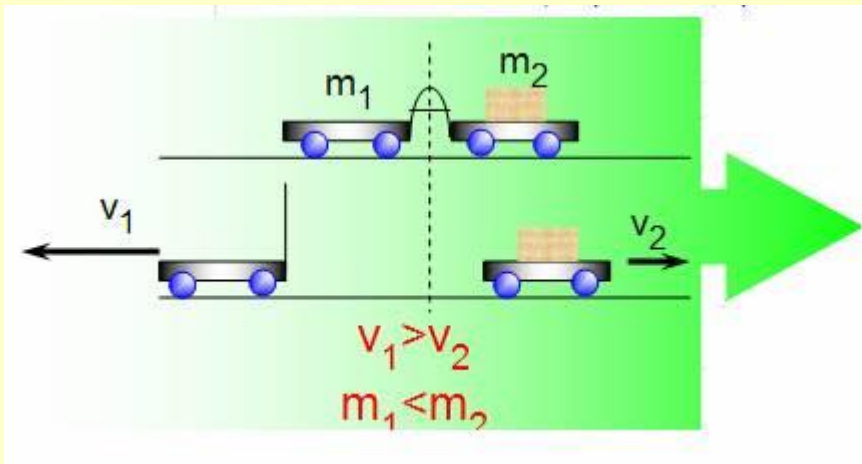
- 1) природу взаимодействия;
- 2) тело, со стороны которого действует сила;
- 3) тело, на которое действует сила (точка приложения силы);
- 4) линия действия силы;
- 5) направление силы;
- 6) величина силы.

Свойство тел сопротивляться попыткам изменить их скорость называется **инертностью**.

Масса – это свойство, которое определяет величину ускорения a , приобретаемое телом под воздействием силы.



Масса тела – это физическая величина, являющаяся количественной мерой инертности тел, т.е. свойство сохранять приобретенную скорость движения V или состояние покоя ($V=0$).



$[m] = \text{кг}$ (килограмм), г, мг, т, ц



$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}$$



Неизвестную массу m можно сравнить с данной стандартной массой m_0 , поместив между ними небольшую сжатую пружину.

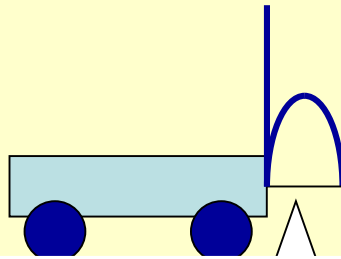
Отпустив пружину, мы заставим первоначально покоившиеся массы разлететься в противоположные стороны со скоростями \mathbf{v} и \mathbf{v}_0 соответственно.

При этом количественно неизвестную массу m можно определить следующим образом:

$$m = m_0 \mathbf{v}_0 / \mathbf{v} \text{ (определение инертной массы).}$$

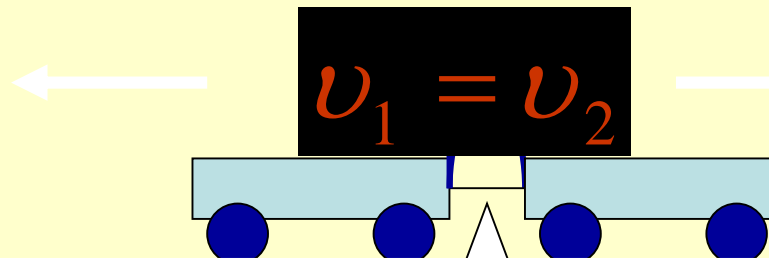
Взаимодействие тел

$$v = 0$$



$$v = 0$$

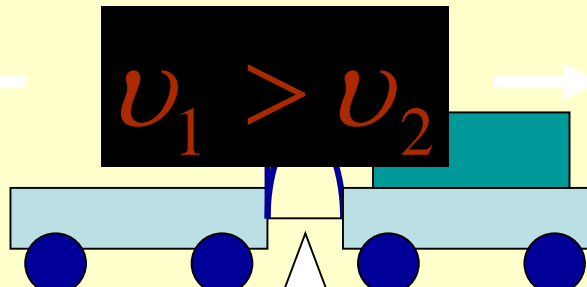
$$v_1 = 0$$



$$v_1 = v_2$$

$$v_2 = 0$$

$$v_1 = 0$$



$$v_1 > v_2$$

$$v_2 = 0$$

При взаимодействии тел изменяется их скорость.

Таким образом, в инерциальной системе ускорение, которое сила сообщает телу (материальной точке), определяется формулой.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \cdot$$



Это утверждение называется вторым законом Ньютона, а соответствующие ему уравнения – уравнениями движения материальной точки.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Второй закон Ньютона

m

Масса - количественная мера инертности
тела

\vec{F}



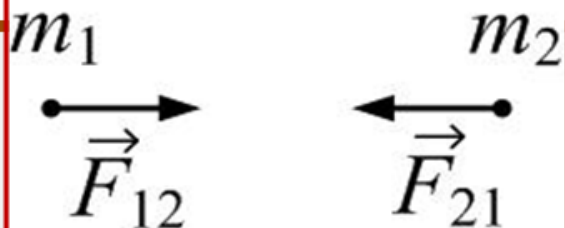
Сила – количественная мера воздействия
одного тела на другое

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_k}{m}$$

**Ускорение тела прямо
пропорционально
равнодействующей всех сил,
приложенных к телу, и обратно
пропорционально массе тела**

Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению

Если система двух тел замкнута, по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} d\vec{p}_1 = \vec{F}_{12} \cdot dt \\ d\vec{p}_2 = \vec{F}_{21} \cdot dt \end{cases} \Rightarrow d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) \cdot dt = 0$$

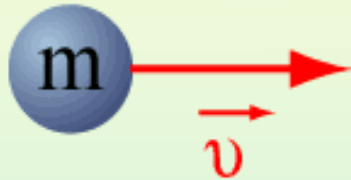
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const$$

3 закон Ньютона:

1. Силы в природе возникают парами.
2. Эти силы одной природы.
3. Они равны по модулю и противоположны по направлению.
4. Силы действуют вдоль одной прямой.
5. Приложены к разным телам.



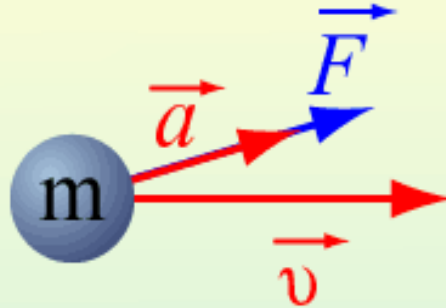
Законы Ньютона



$$\vec{v} = \text{const}, \text{ при } \vec{F} = 0$$

I закон

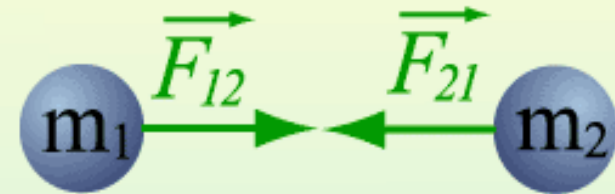
Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело будет сохранять состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действие других тел не заставит его изменить это состояние.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

II закон

Под действием силы тело приобретает такое ускорение, что его произведение на массу тела равно действующей силе.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

III закон

Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Силы в механике

Закон всемирного тяготения

два точечных тела притягиваются друг к другу через пространство с силой, прямо пропорциональной их инертным массам и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.



$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G – гравитационная
постоянная

$$a = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{G \cdot m \cdot M}{m \cdot (R + h)^2} = \frac{G \cdot M}{R^2} = g$$

g - модуль напряженности гравитационного поля на поверхности Земли.

Сила тяжести – частный случай
силы всемирного тяготения

$$F = G \frac{M_3 m}{R_3^2} = mg$$

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2} = 9,8 \text{ м/с}^2$$



Вес тела- сила с которой тело вследствие притяжения к Земле давит на опору или растягивает подвес



$$P = mg$$

(тело в покое)



$$P = m(g + a)$$

(тело движется с
ускорением вверх)



$$P = m(g - a)$$

(тело движется с ускорением
ВНИЗ)

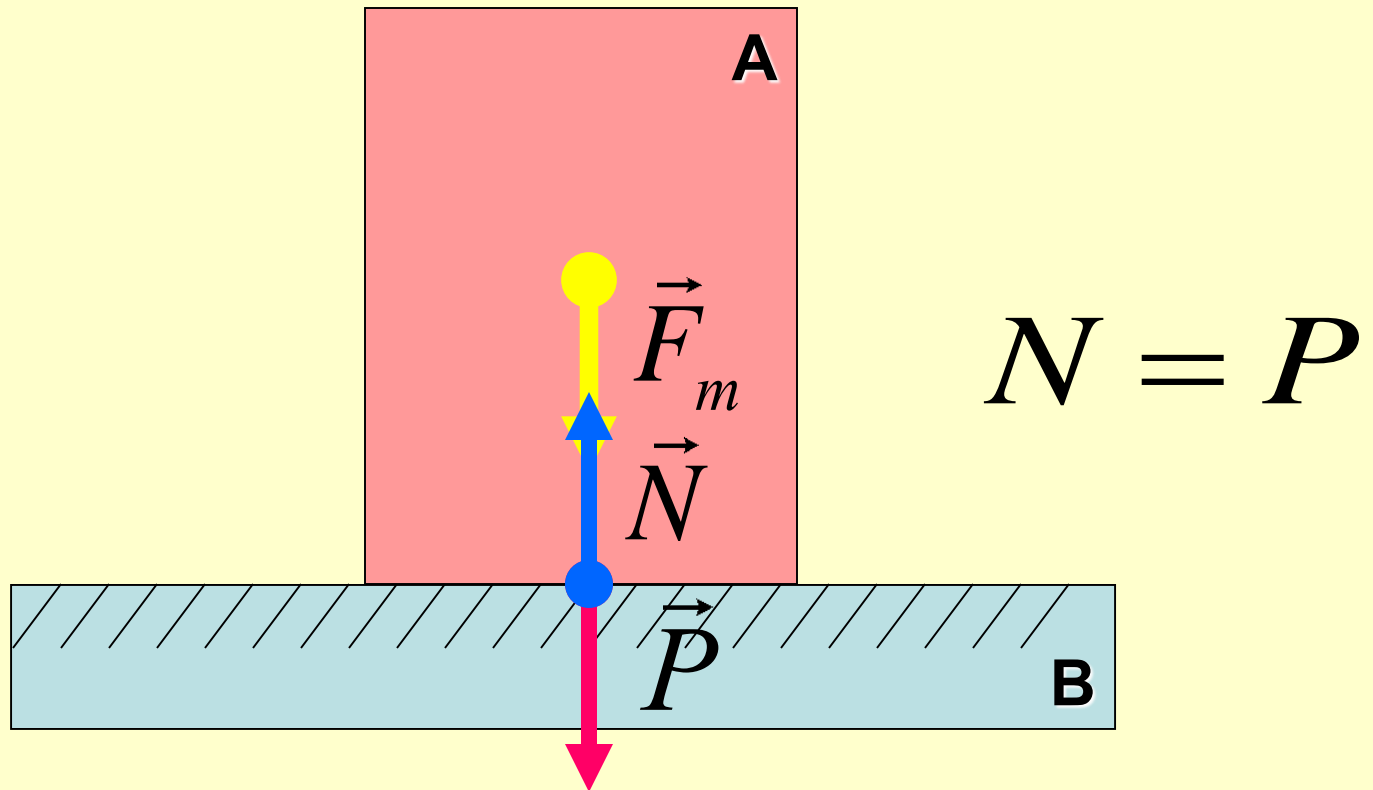


$$P = 0$$

(тело движется с
ускорением свободного
падения)



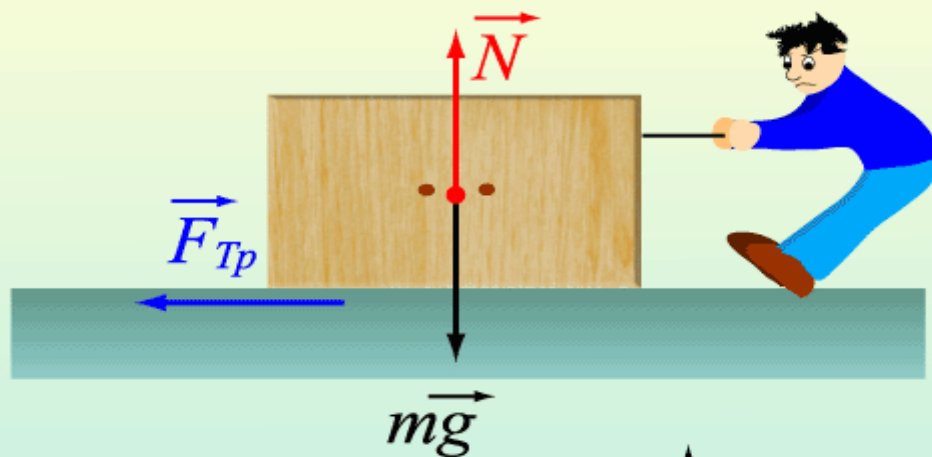
Когда тело покоится относительно поверхности Земли, сила ограничивается, по третьему закону Ньютона, реакцией опоры или подвеса. Сила, с которой тело действует на пружину (подвес) или опору равна **весу**, только если подвес и тело покоятся, либо движутся относительно Земли прямолинейно и равномерно.



Сила тяжести. Вес тела.

Сила трения

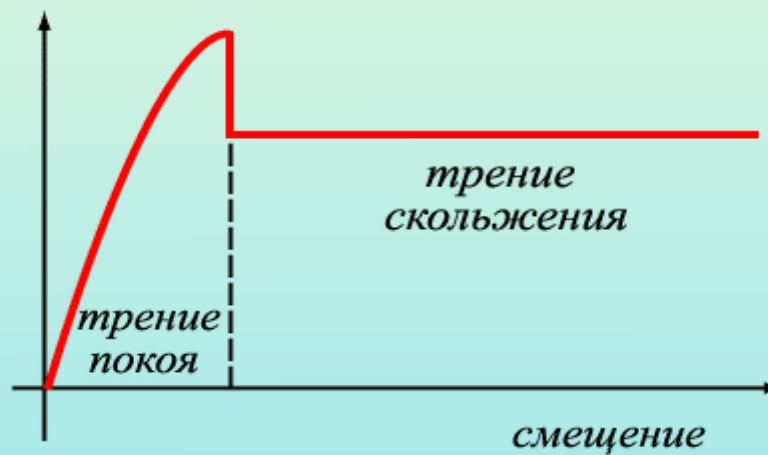
Сила трения



Сила, возникающая
в плоскости
касания тел при их
относительном
перемещении



$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

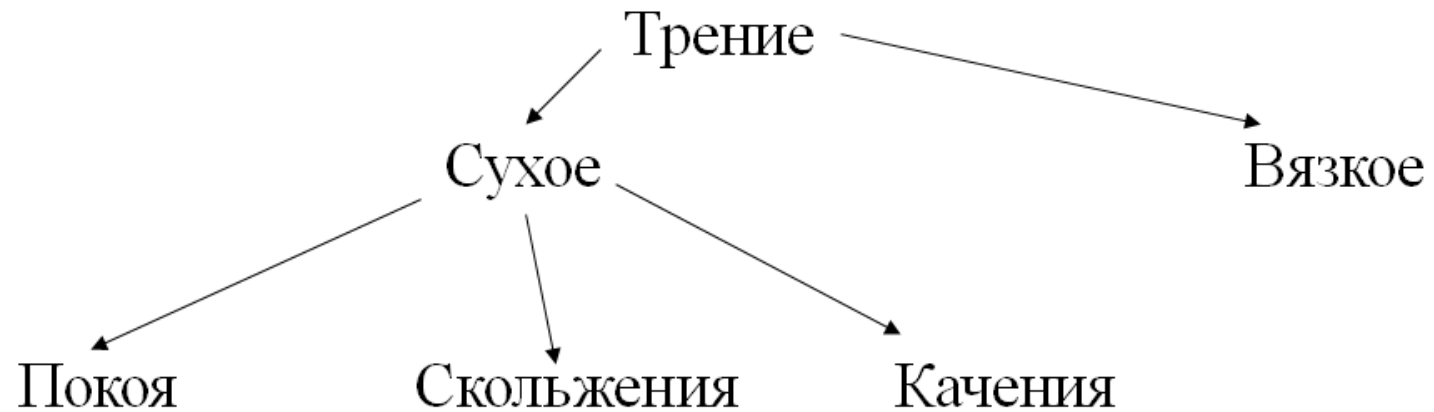


Причины возникновения сил трения

- 1. Неровности, шероховатости поверхностей
- 2. Силы притяжения между молекулами (в случае идеально гладких поверхностей)

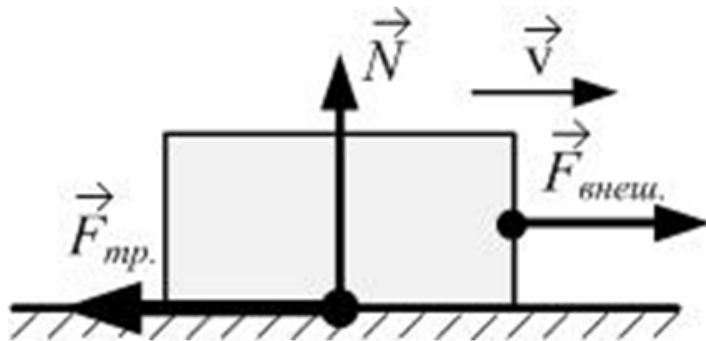


Сила трения



$$0 \leq F_{тр.покоя} \leq \mu N$$

$$F_{тр.} = \mu N$$



Сила упругости –
сила, возникающая при
деформациях



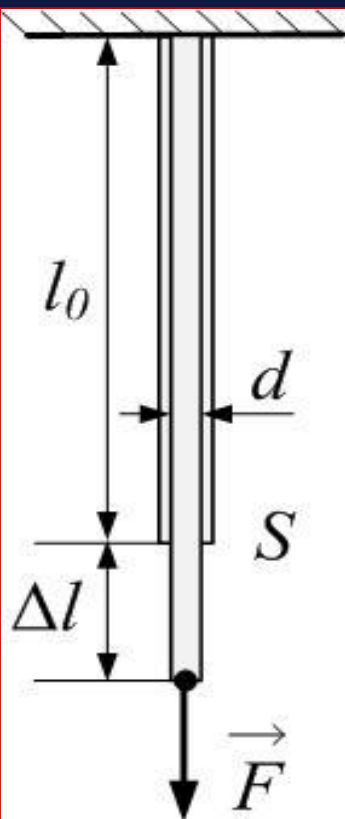
Сила упругости

Деформация

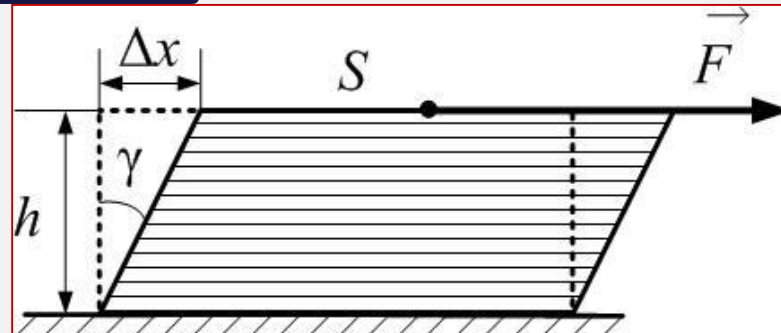
Деформация тела называется упругой, если после снятия нагрузки тело возвращается к первоначальным размерам и форме (можно пренебречь остаточной деформацией).

При неупругой деформации происходит разрыв некоторых межмолекулярных связей и образование связей между другими молекулами, в результате чего изменённая форма тела сохраняется и после снятия нагрузки

Сжатия-растяжения



Сдвига



Во второй закон Ньютона входит результирующая сила. Поэтому прежде чем применять второй закон Ньютона, нужно сначала найти векторную сумму всех сил, действующих на данное тело.

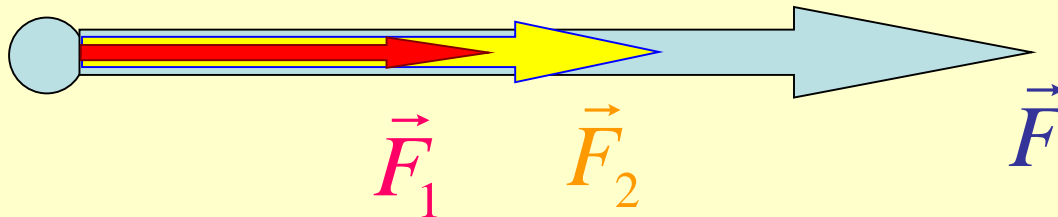
Это положение очень существенно, и оно имеет дополнительное физическое содержание, которое можно проверить экспериментально.

Сложение сил

Равнодействующая сила – сила, которая оказывает на тело то же воздействие, что и несколько сил.

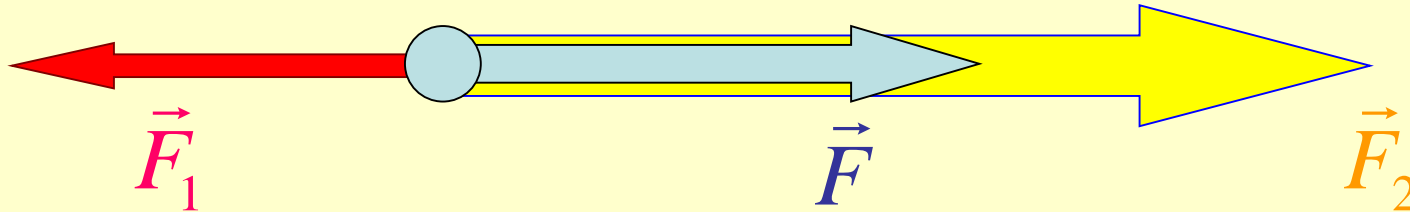
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Сложение сил, направленных вдоль одной прямой



Равнодействующая двух сил, направленных вдоль одной прямой в одну сторону, направлена в ту же сторону, а ее модуль равен сумме модулей слагаемых сил: $F = F_1 + F_2$.

Сложение сил, направленных вдоль одной прямой

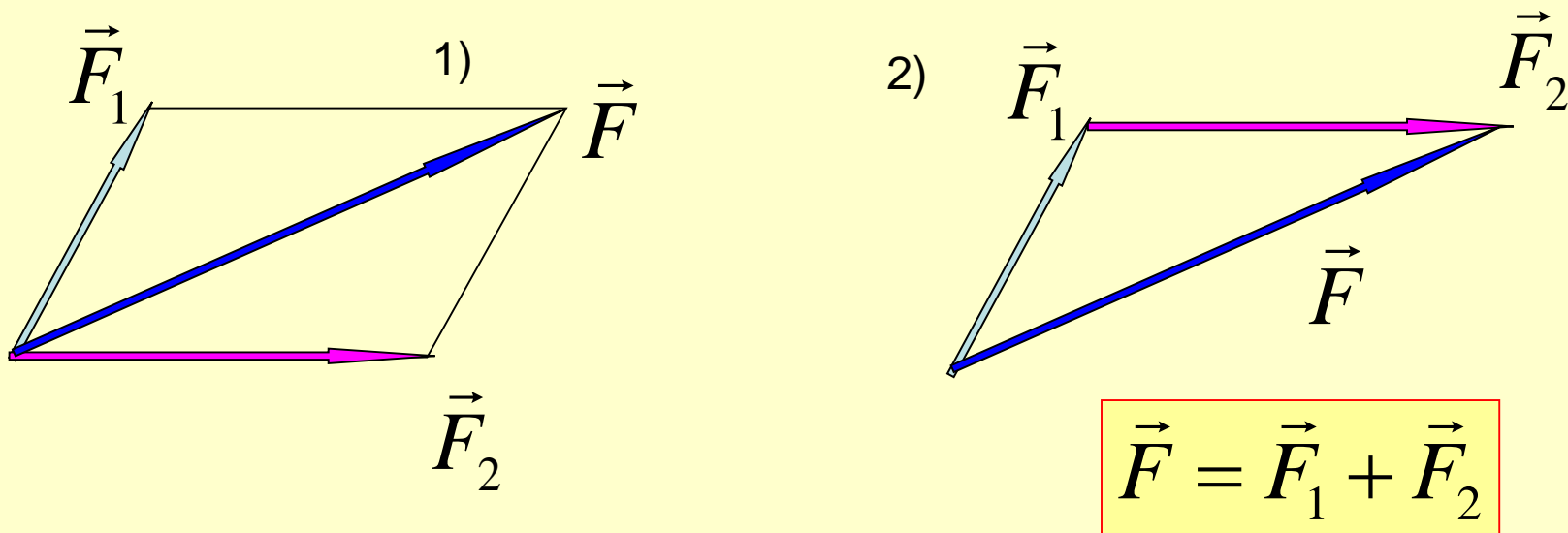


Равнодействующая двух сил, направленных вдоль одной прямой в противоположные стороны, направлена в сторону большей по модулю силы, а ее модуль равен разности модулей слагаемых сил:

$$F = F_2 - F_1.$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

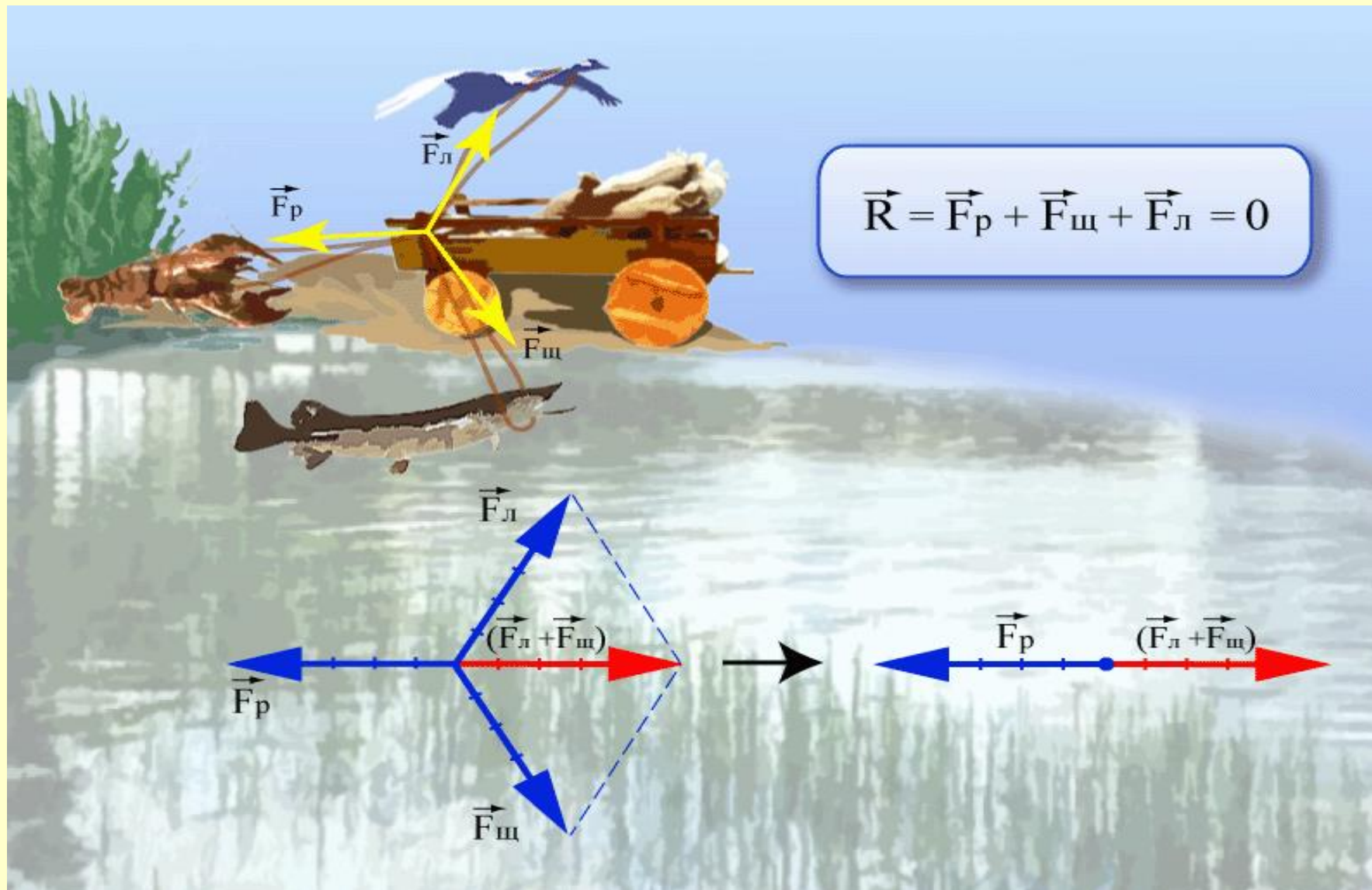
Сложение сил, направленных под углом



1) Правило параллелограмма: для нахождения равнодействующей двух сил, действующих под углом, надо построить параллелограмм на этих силах, как на сторонах и провести в нем из точки приложения сил диагональ. Длина и направление этой диагонали определяет модуль и направление равнодействующей.

2) Правило треугольника: с концом вектора F_1 совместить начало вектора F_2 и соединить начало первого с концом второго.

Принцип суперпозиции сил: если на материальную систему действуют несколько сил, то их равнодействующая равна векторной сумме этих сил.



Соотношение $ma = F_{\text{рез}}$ предполагает аддитивность (сложение) масс и векторный закон сложения сил.

Аддитивность масс означает, что если соединить вместе два тела с массами m_A и m_B , то масса такого тела будет равна

$$m = m_A + m_B.$$

Импульс или количество движения

материальной точки - вектор, равный произведению массы точки на ее скорость:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}.$$

Импульсом или *количеством движения* системы материальных точек назовем векторную сумму импульсов отдельных материальных точек, из которых эта система состоит.

Для системы из двух материальных точек

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2.$$

Импульс силы. Количество движения.

Согласно второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ | x dt

$$\vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v} = d(m \cdot \vec{v}) \quad \text{если } m = \text{const}$$

$$\vec{F} \cdot dt$$

- импульс силы.



$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

- импульс тела (количество движения)



$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} d(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона

в импульсной форме

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \Rightarrow \quad m \cdot d\vec{v} = \vec{F} \cdot dt \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d(m \cdot \vec{v}) = \vec{F} \cdot dt \quad \Rightarrow \quad d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ - импульс тела

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Изменение импульса тела равно
импульсу действовавшей на тело силы

Конспект 1.2.

- Центр масс. Теорема о движении центра масс.

Центр инерции. Закон сохранения количества движения.

внутренними – называются силы, с которыми на данное тело воздействуют остальные тела системы;

внешними – называются силы, обусловленные воздействием тел, не принадлежащих системе.

Центр инерции – это точка, положение которой задается радиус-вектором \vec{r}_c :

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}$$

где m_i масса i -го тела, \vec{r}_i – его радиус – вектор, m – масса системы

Количество движения системы (k) равно произведению массы системы на скорость ее центра инерции.

$$\vec{k} = m \cdot \vec{v}_c$$