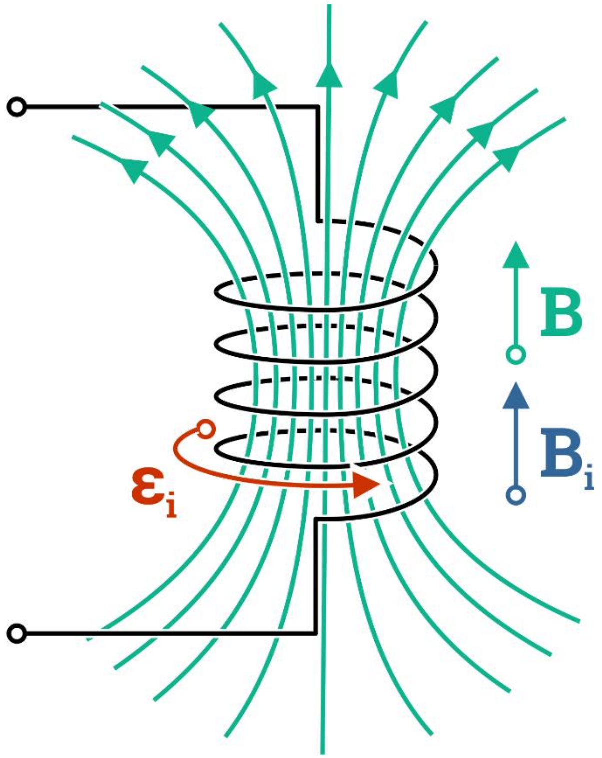
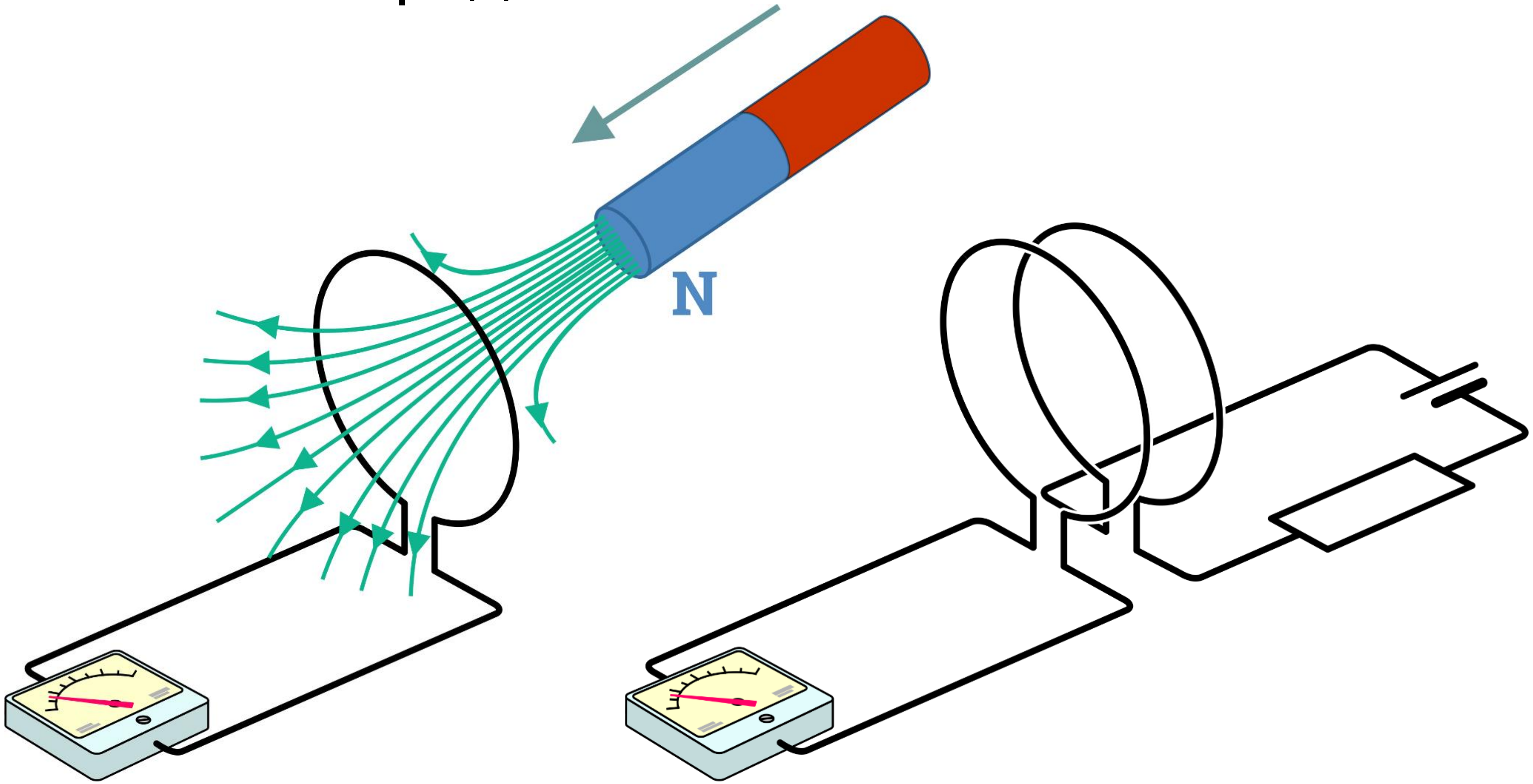


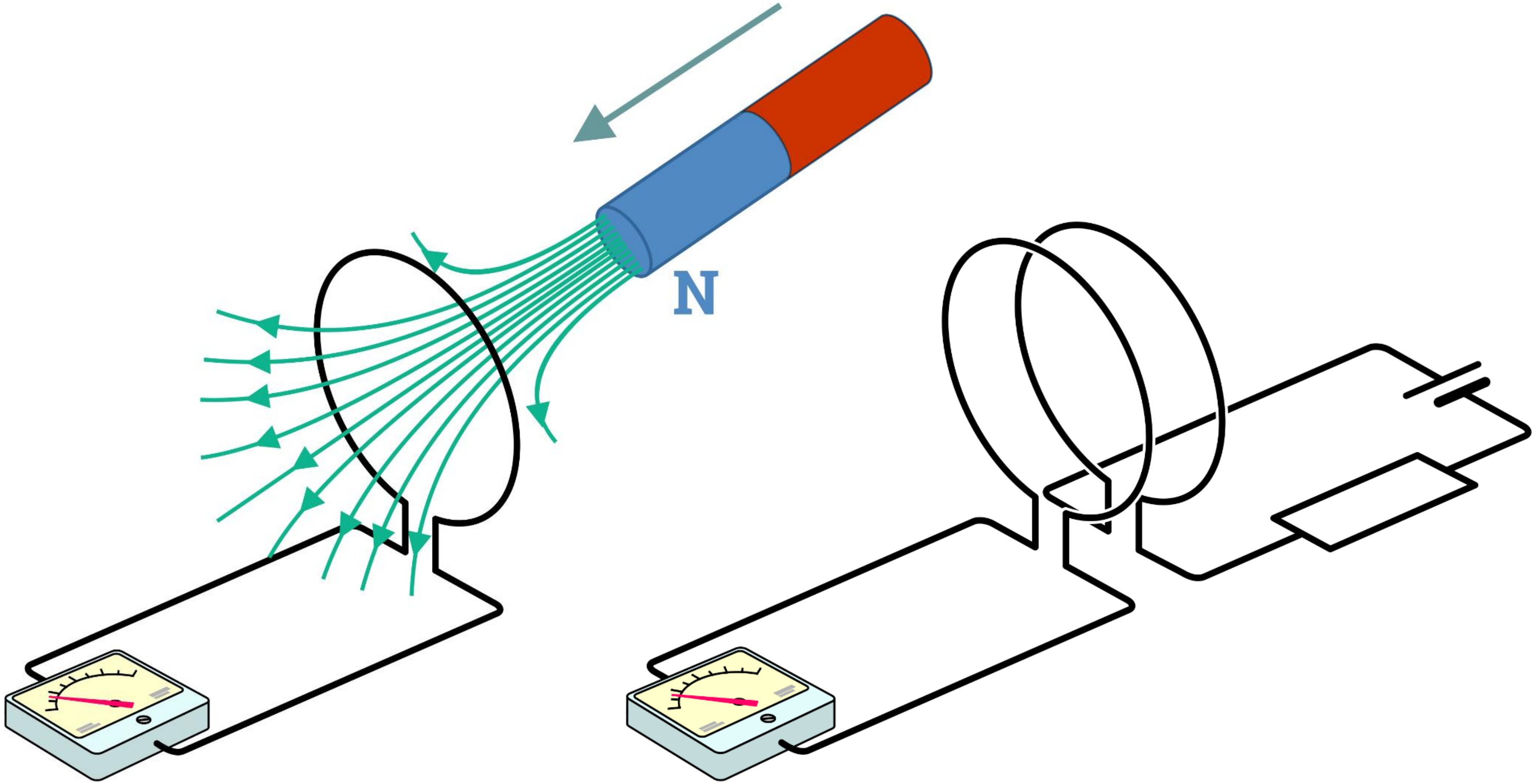
Электромагнитная индукция
Уравнения Максвелла

Явление электромагнитной индукции

1831 г. Майкл Фарадей



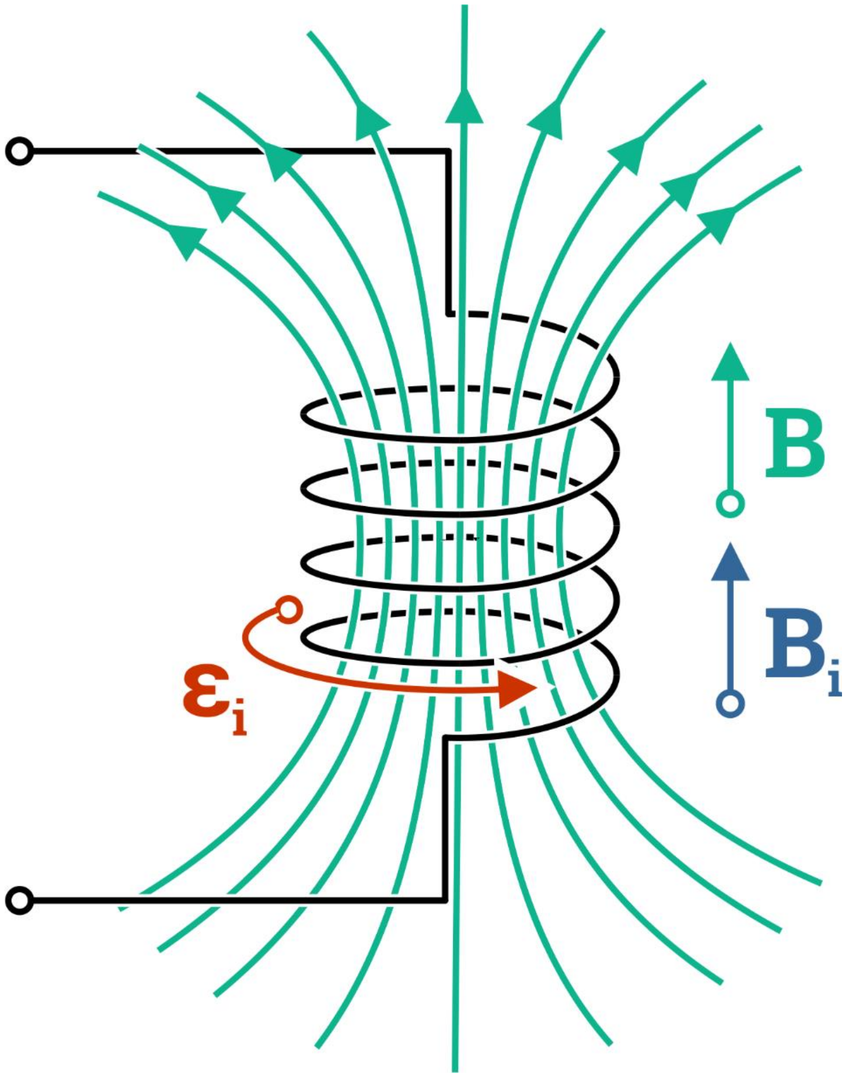
Значение индукционного тока совершенно **не зависит от способа изменения потока магнитной индукции**, а определяется лишь скоростью его изменения



Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)

Какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э.д.с. равна

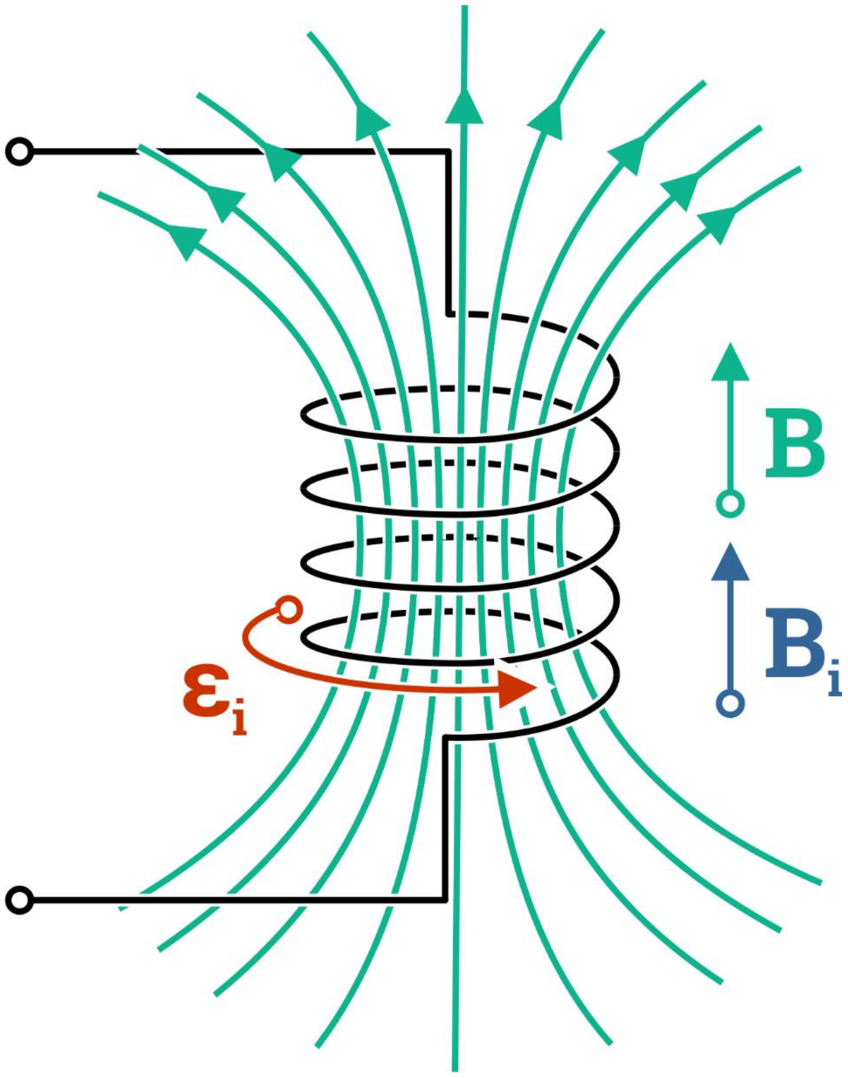
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Правило Ленца

Э. Х. Ленц, 1833 г.

Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что **создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока**, вызвавшему этот индукционный ток



$$\frac{d\Phi}{dt} < 0$$

Вывод закона Фарадея

Работа источника тока

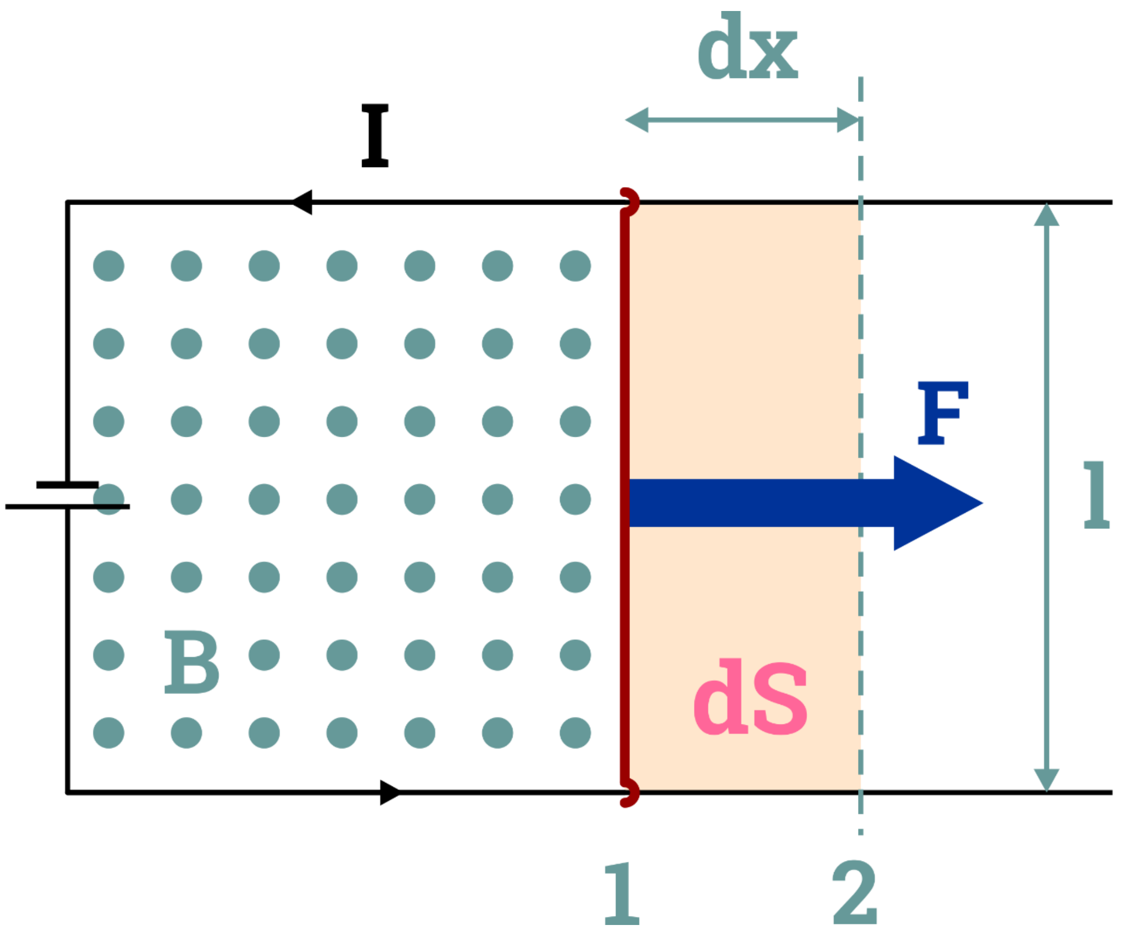
$$dA_\varepsilon = \varepsilon I dt$$

Джоулева теплота

$$dQ = I^2 R dt$$

Работа по перемещению проводника (силы Ампера)

$$dA_F = I d\Phi$$



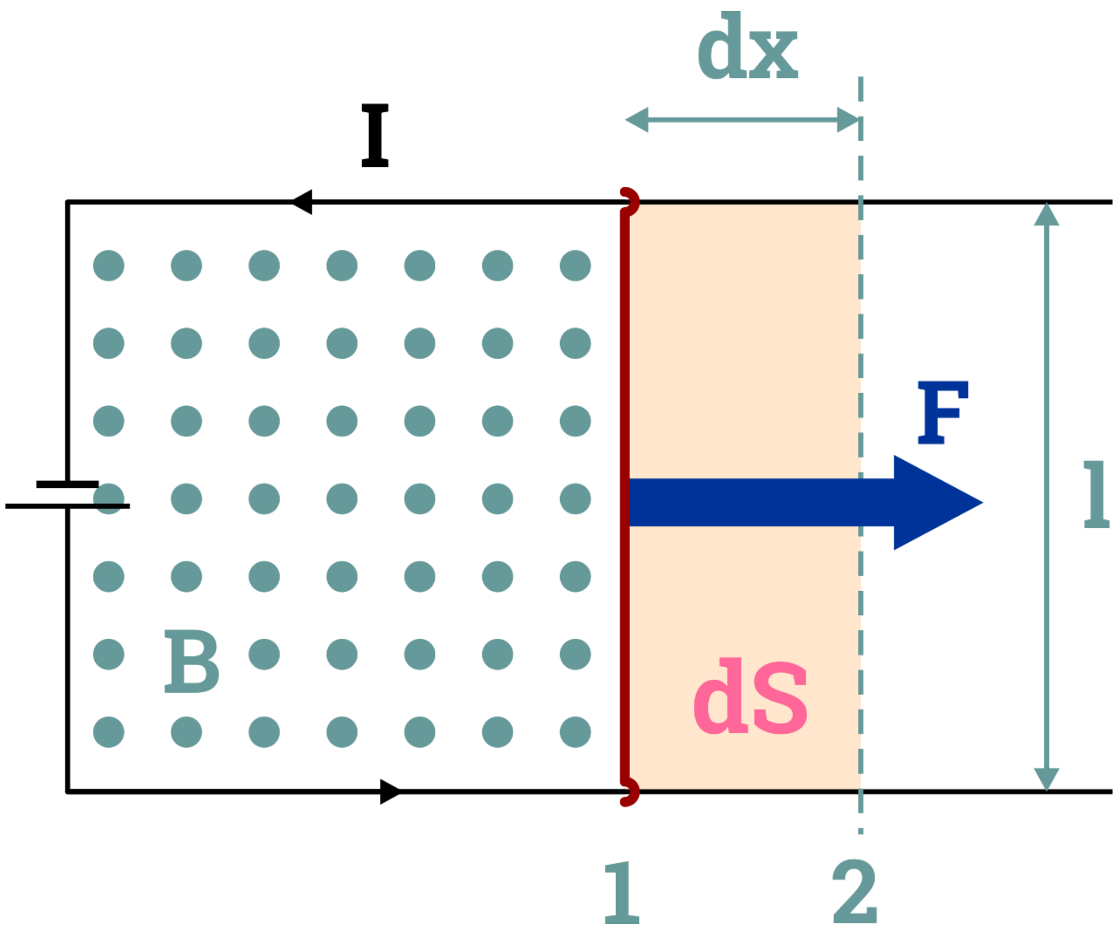
Вывод закона Фарадея

Закон сохранения

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + I d\Phi$$

$$I = \frac{\left(\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}\right)}{R}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Закон Фарадея

Э.д.с. электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

Переменное (вихревое) магнитное поле

Максвелл для объяснения э.д.с. индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле

$$\varepsilon_i = \oint_L \boldsymbol{E}_B d\boldsymbol{l} = -\frac{d\Phi}{\mathrm{dt}}$$

Вращение рамки в магнитном поле

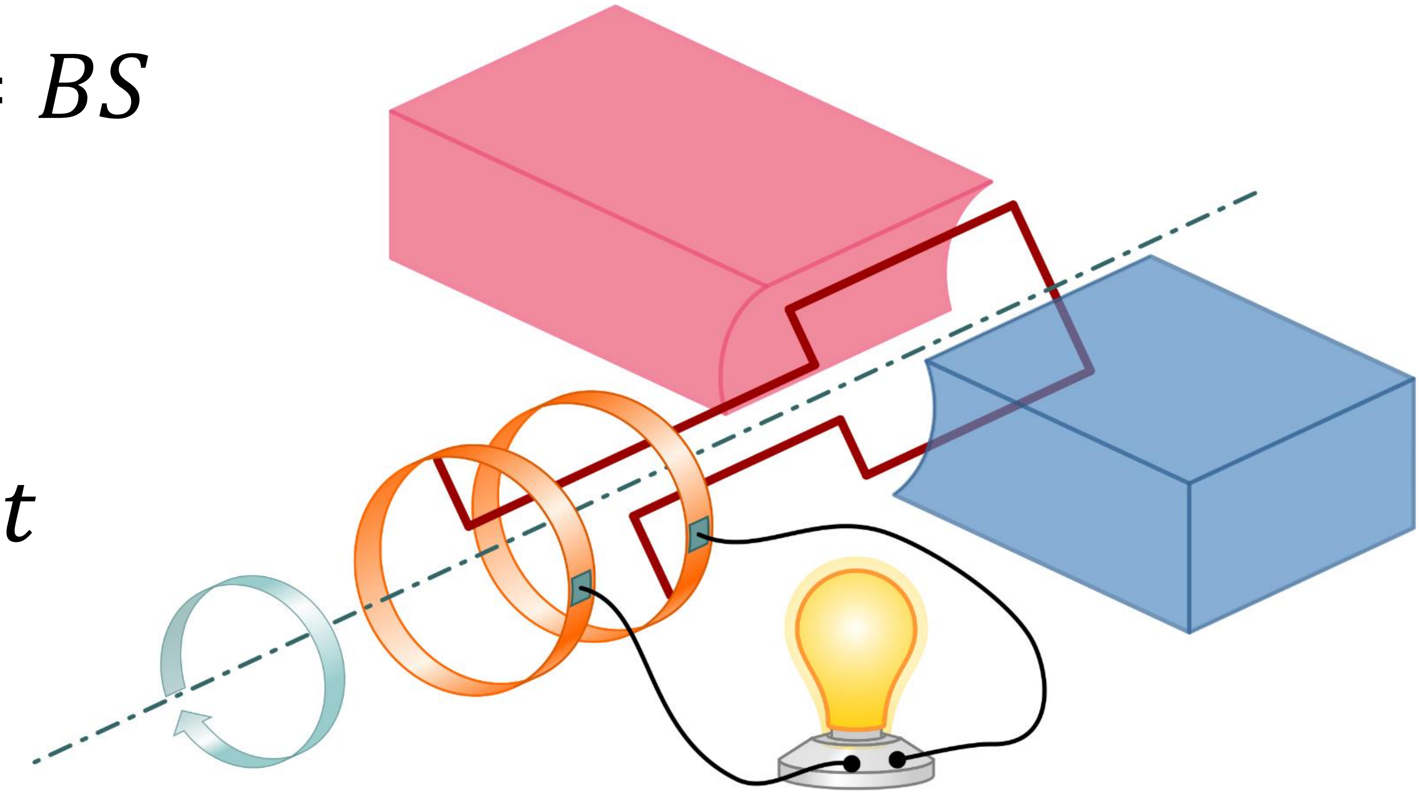
$$\Phi = \boldsymbol{BS} = BS\cos\alpha = BS$$

$$\alpha = \omega t$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{\mathrm{dt}} = BS\sin\omega t$$

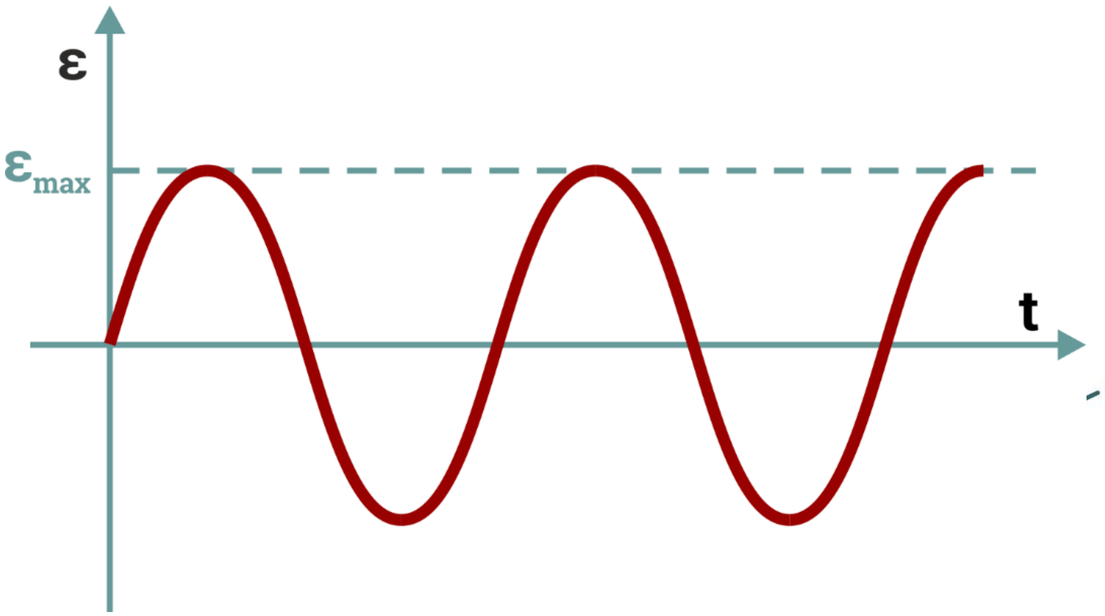
$$\varepsilon_{i\,max} = BS$$

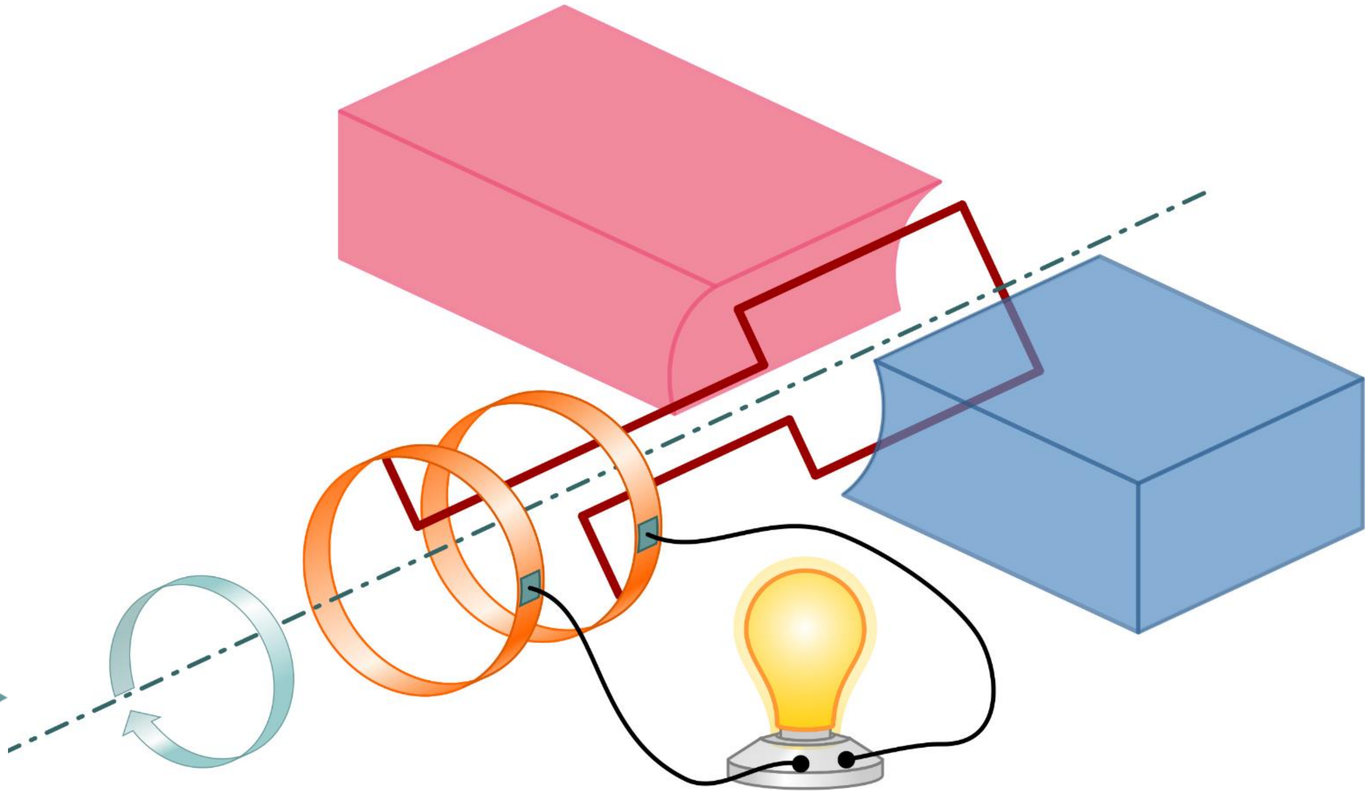
$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i\,max}\sin\omega t$$



Вращение рамки в магнитном поле

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i\,max} \sin \omega t$$



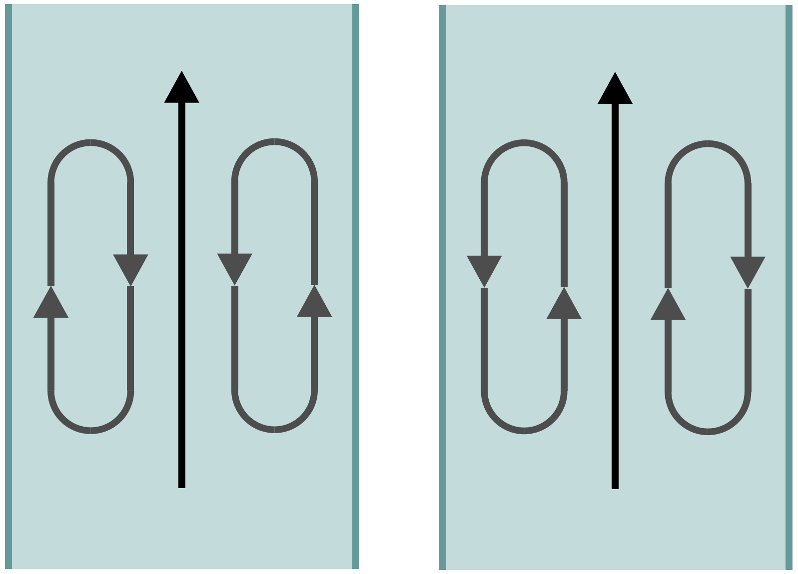


Скин-эффект

Поверхностный эффект

Вследствие возникновения вихревых токов быстропеременный ток оказывается распределенным по сечению провода неравномерно – он как бы вытесняется на поверхность проводника

$$\frac{dI}{dt} > 0 \qquad \frac{dI}{dt} < 0$$



Индуктивность контура

$$\Phi \sim I$$

$$\Phi = LI$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

1 генри

$$1\ \text{Гн} = 1\,\frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1\ \frac{\text{В} \cdot c}{\text{А}}$$

Индуктивность соленоида (катушки)

$$\boldsymbol{L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{\mathrm{dt}} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)$$

Если $L = const$

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}$$

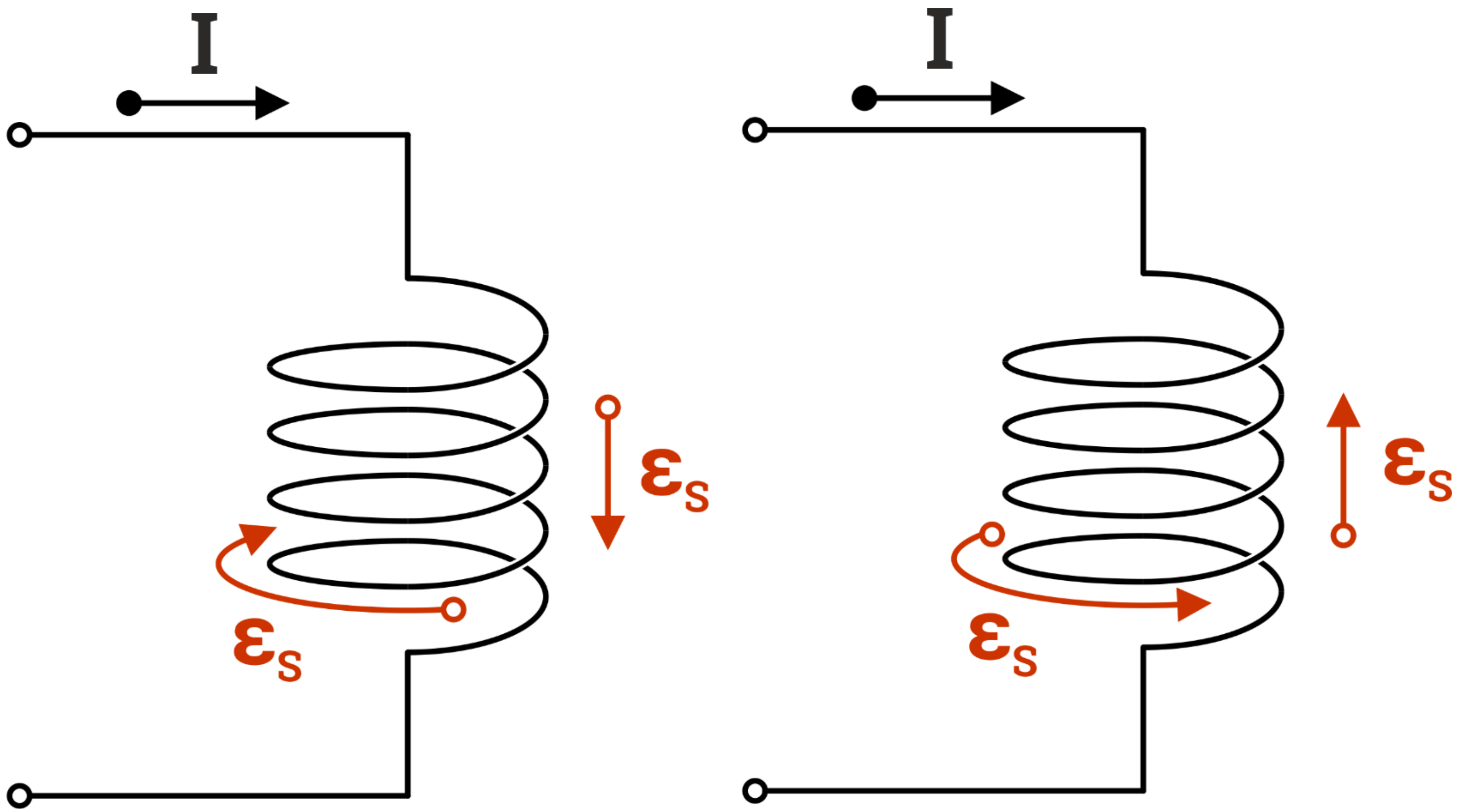
ЭДС самоиндукции

Контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится, тем сильнее, чем больше индуктивность контура

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}$$



$$\frac{dI}{dt} < 0 \qquad \frac{dI}{dt} > 0$$

Токи при размыкании и замыкании цепи

Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи

Наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи

Ток при **размыкании** цепи

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}$$

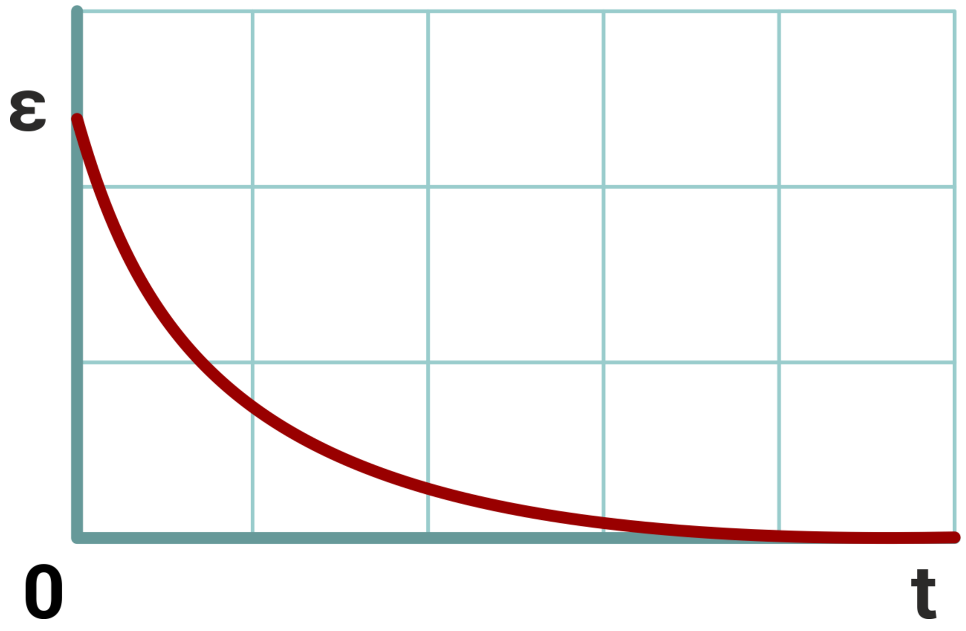
$$IR = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\tau = \dfrac{R}{L}$ – время релаксации



Ток при замыкании цепи

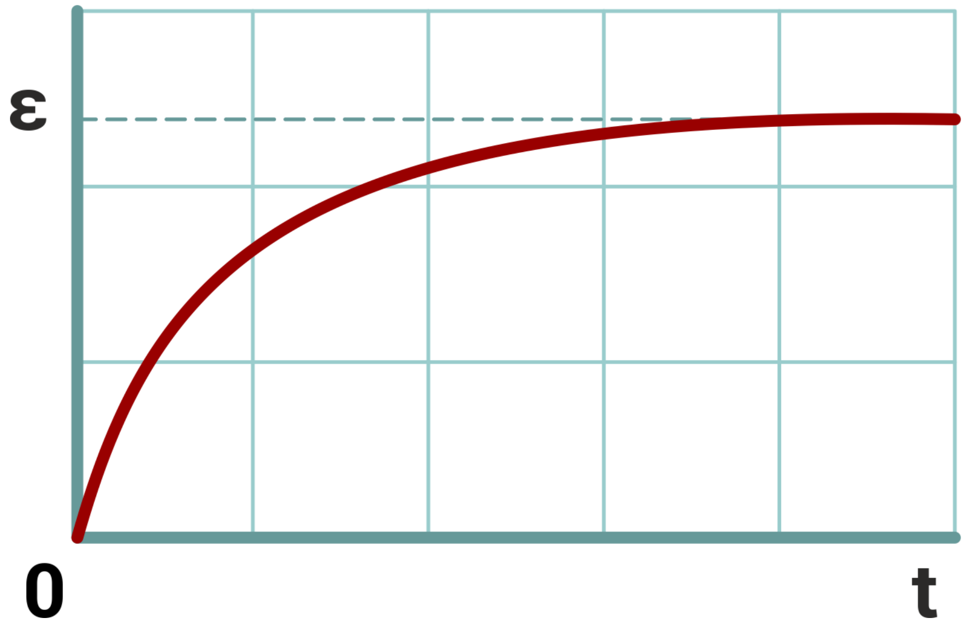
$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_S$$

$$IR = \varepsilon - L\frac{dI}{dt} \qquad \ln\frac{IR-\varepsilon}{-\varepsilon} = -\frac{t}{\tau}$$

$$u = IR - \varepsilon \qquad I = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

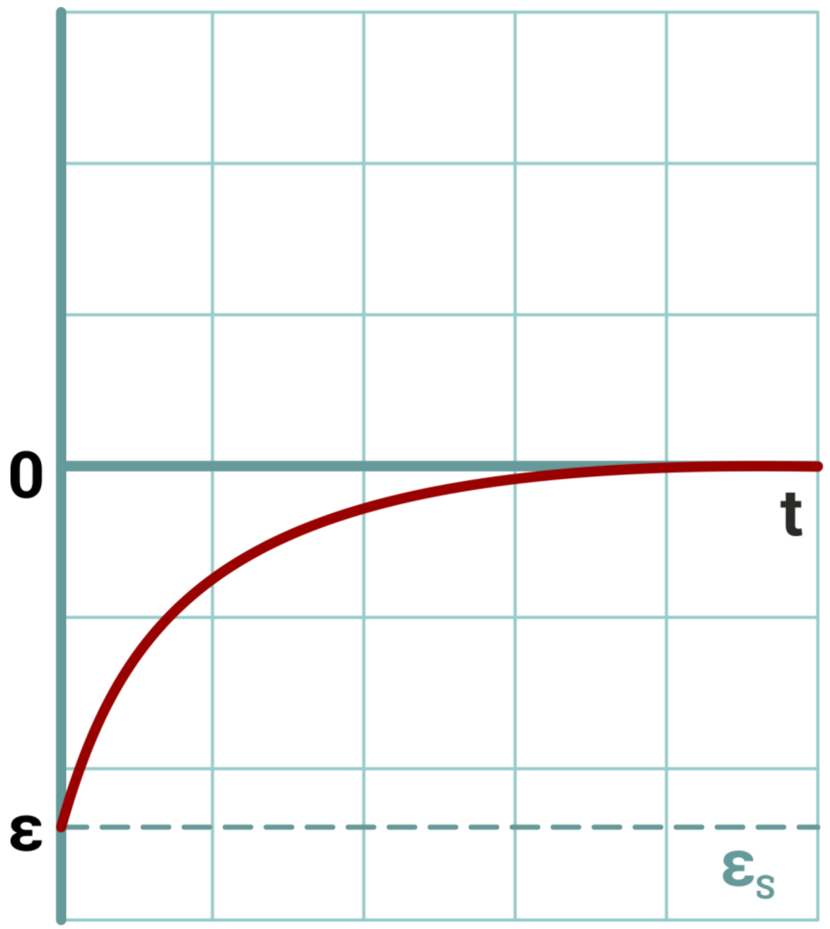
$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau} \qquad \tau = \frac{R}{L}$$ – время релаксации



$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt} = -\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R_0}}\varepsilon e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$\frac{R}{R_0} \gg 0 \rightarrow \varepsilon_S \gg \varepsilon$$



Взаимная индукция

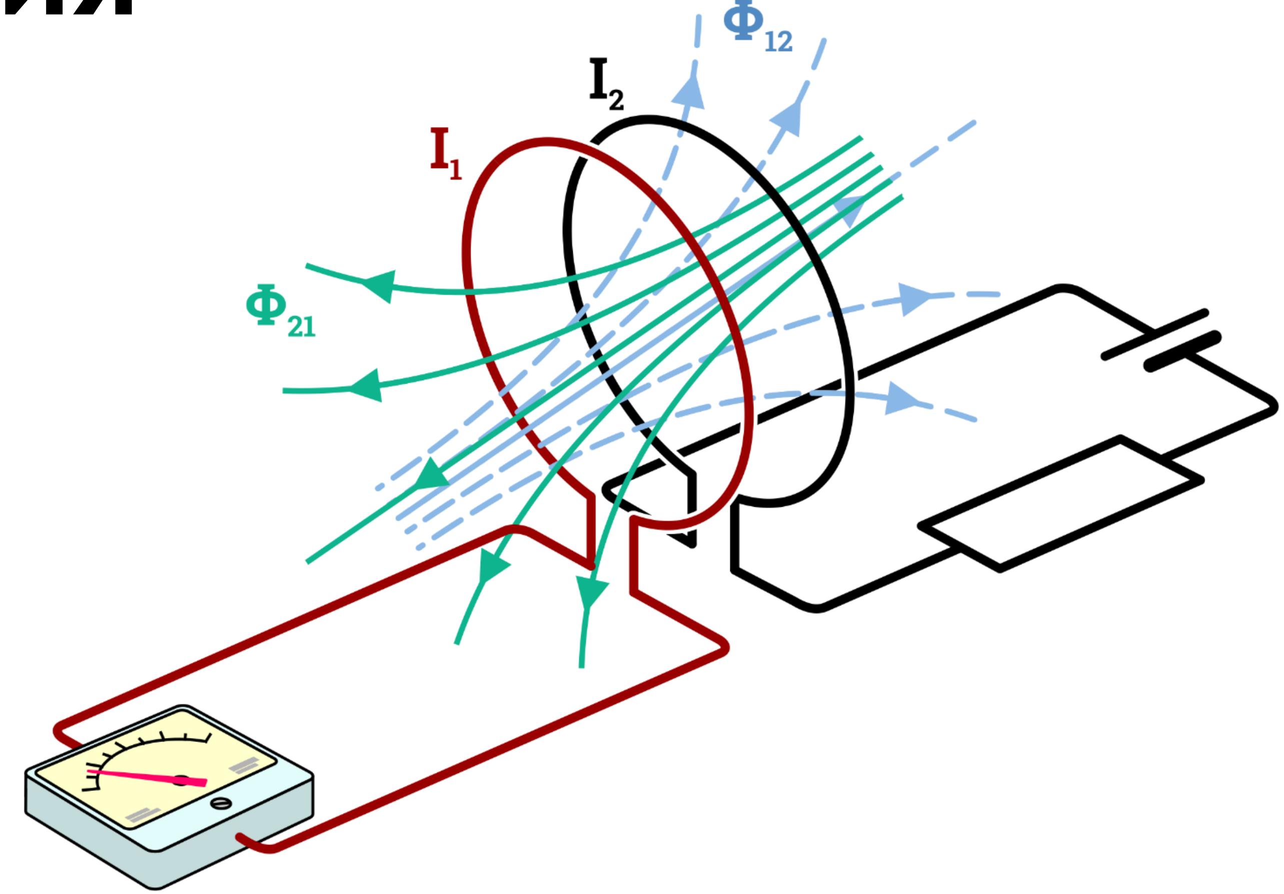
$$\Phi_{12} = L_{21} I_1$$

L_{12} – коэффициент пропорциональности

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

$$\Phi_{21} = L_{12} I_2$$

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$



$L_{12} = L_{21}$ – взаимная индуктивность контуров

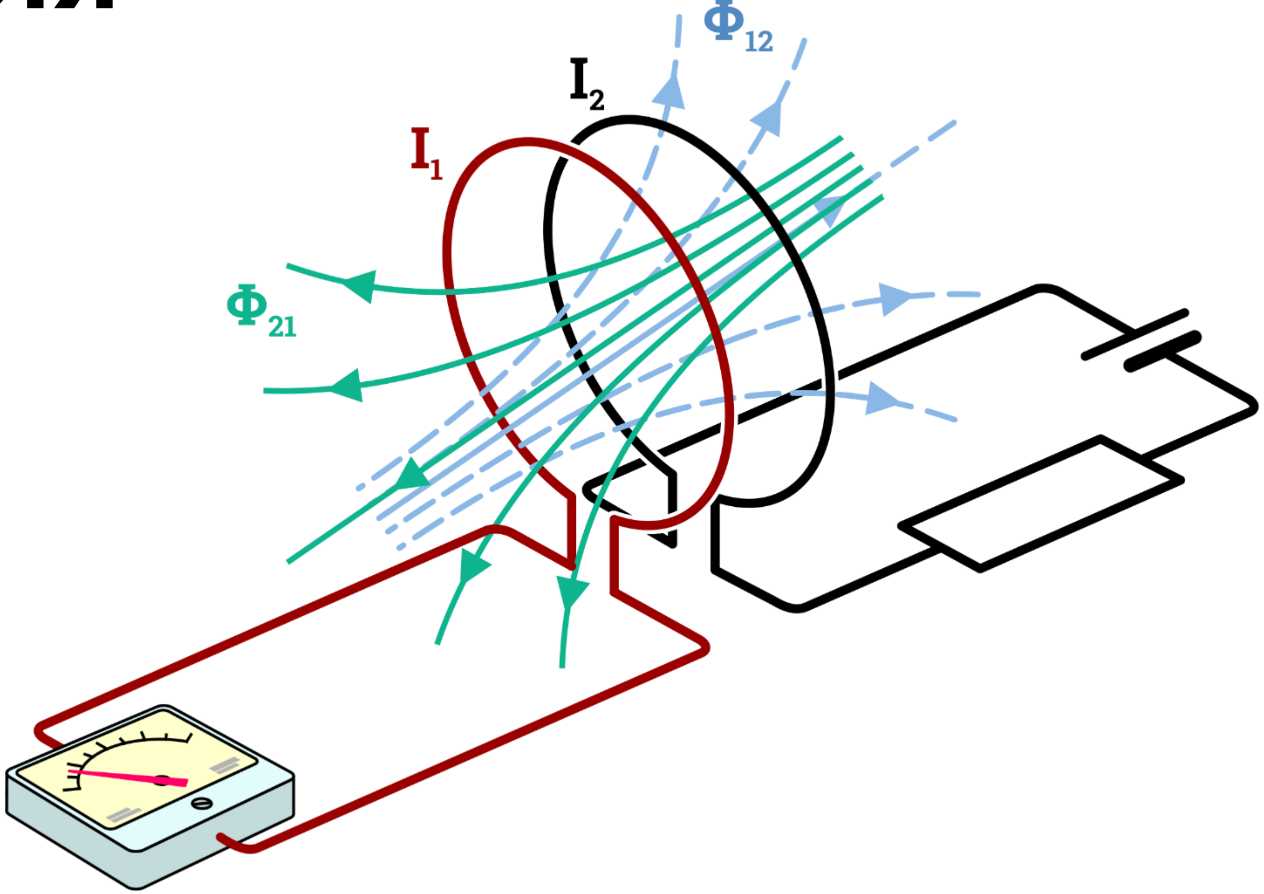
Взаимная индукция

$$B = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}$$

$$\Phi_2 = BS = \mu\mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}$$

$$\Psi_2 = \Phi_2 N_2 = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1}{l} S$$

$$L_{12} = L_{21} = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2 I_1}{l} S$$



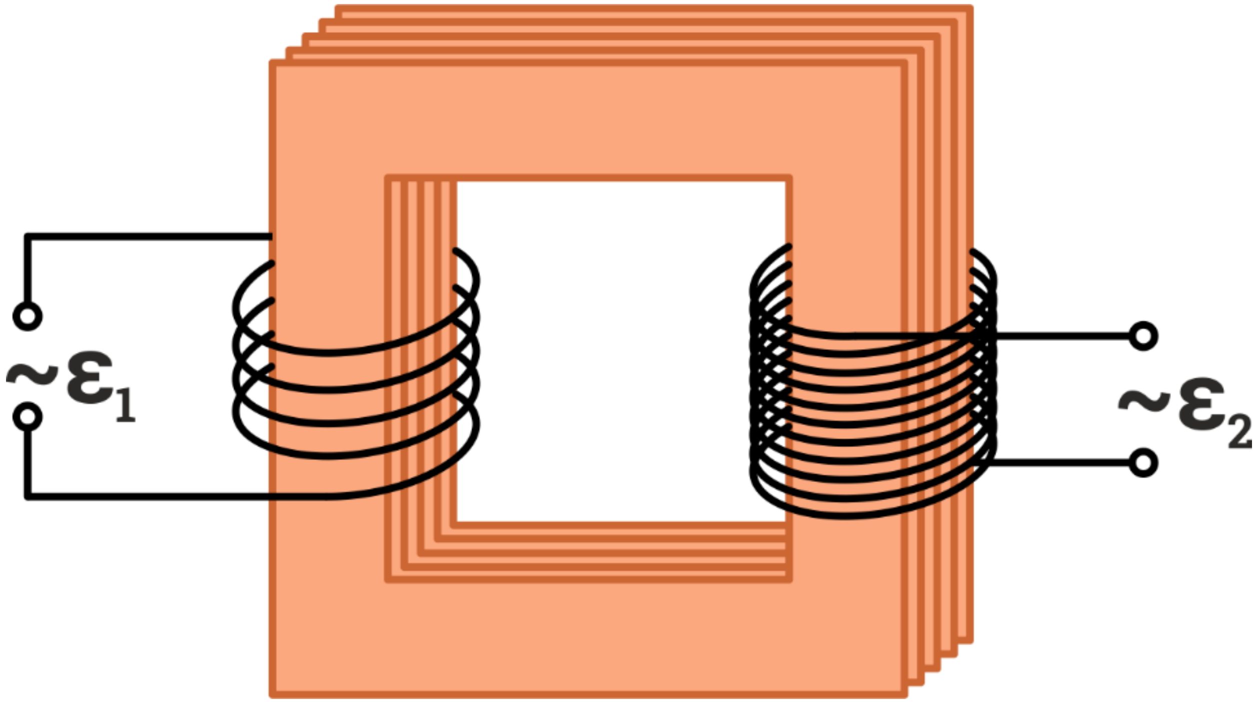
Трансформатор

$$\varepsilon_1 - \frac{d}{dt}(N_1\Phi) = I_1R_1$$

$$\varepsilon_1 \approx N_1\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_2 \approx N_2\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{N_2}{N_1}\varepsilon_2$$



$\frac{N_2}{N_1}$ – коэффициент трансформации

Трансформатор

Повышающий трансформатор

увеличивающий переменную э.д.с. и понижающий ток

$$\frac{N_2}{N_1} > 1$$

Понижающий трансформатор

уменьшающий э.д.с. и повышающий ток

$$\frac{N_2}{N_1} < 1$$

Энергия магнитного поля

$$dA = Id\Phi = ILdI$$

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

$$\boldsymbol{W_{\text{маг}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}V = \frac{BH}{2}V}$$

Объемная плотность энергии

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Вихревое электрическое поле

$$\oint_L \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{B}} d\boldsymbol{l} = -\frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \boldsymbol{B} d\boldsymbol{S}$$

$$\oint_L \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{B}} d\boldsymbol{l} = \int_S \frac{d\boldsymbol{B}}{dt} d\boldsymbol{S}$$

$$\oint_L \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{q}} d\boldsymbol{l} = 0$$

Уравнения Максвелла

1 уравнение

$$\oint_L \boldsymbol{E} d\boldsymbol{l} = \int_S \frac{d\boldsymbol{B}}{dt} d\boldsymbol{S}$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_q + \boldsymbol{E}_B$$

Источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля

Уравнения Максвелла

2 уравнение

$$\oint_L \boldsymbol{H} d\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \right) d\boldsymbol{S}$$

Обобщенная теорема о циркуляции вектора $\boldsymbol{H}$

Магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями

Уравнения Максвелла

3 уравнение

$$\oint_S \boldsymbol{D} d\boldsymbol{S} = q = \int_V \rho dV$$

Теорема Гаусса для поля $\boldsymbol{D}$

Уравнения Максвелла

4 уравнение

$$\oint_S \boldsymbol{B} d\boldsymbol{S} = 0$$

Теорема Гаусса для поля $\boldsymbol{B}$

Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \boldsymbol{E} d\boldsymbol{l} = \int_S \frac{d\boldsymbol{B}}{dt} d\boldsymbol{S}$$

$$\oint_S \boldsymbol{D} d\boldsymbol{S} = q = \int_V \rho dV$$

$$\oint_L \boldsymbol{H} d\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right) d\boldsymbol{S}$$

$$\oint_S \boldsymbol{B} d\boldsymbol{S} = 0$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \qquad \boldsymbol{B} = \mu\mu_0 \boldsymbol{H} \qquad \boldsymbol{j} = \gamma \boldsymbol{E}$$

Уравнения Максвелла для стационарных полей

$$\oint_L \boldsymbol{E} d\boldsymbol{l} = 0$$

$$\oint_S \boldsymbol{D} d\boldsymbol{S} = q$$

$$\oint_L \boldsymbol{H} d\boldsymbol{l} = I$$

$$\oint_S \boldsymbol{B} d\boldsymbol{S} = 0$$

Уравнения Максвелла

Источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля

Магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями

Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей

Теоремы Стокса и Гаусса

Теорема Гаусса

$$\oint_S \boldsymbol{A} d\boldsymbol{S} = \int_V \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A}\, dV$$

Теорема Стокса

$$\oint_L \boldsymbol{A} d\boldsymbol{l} = \int_S \mathrm{div}\, \boldsymbol{A}\, d\boldsymbol{S}$$

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

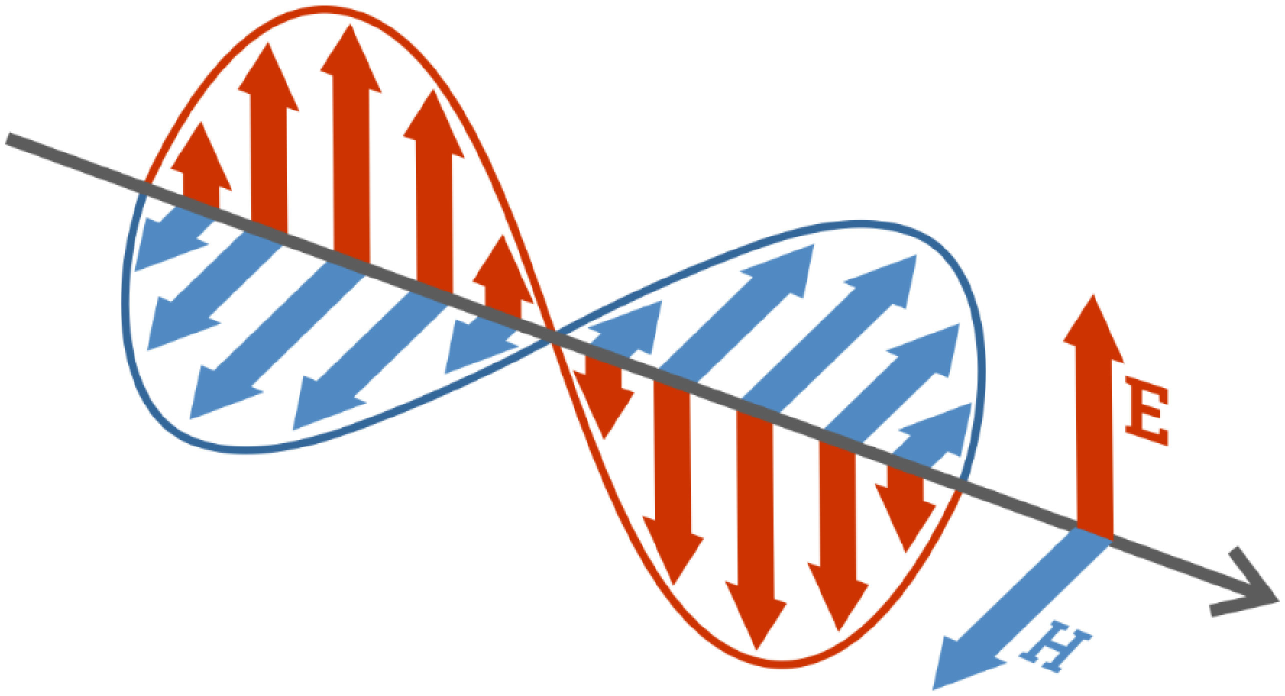
$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \rho$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0$$

Электромагнитное поле

Из уравнений Максвелла следует, что **переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем**, а **переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным**



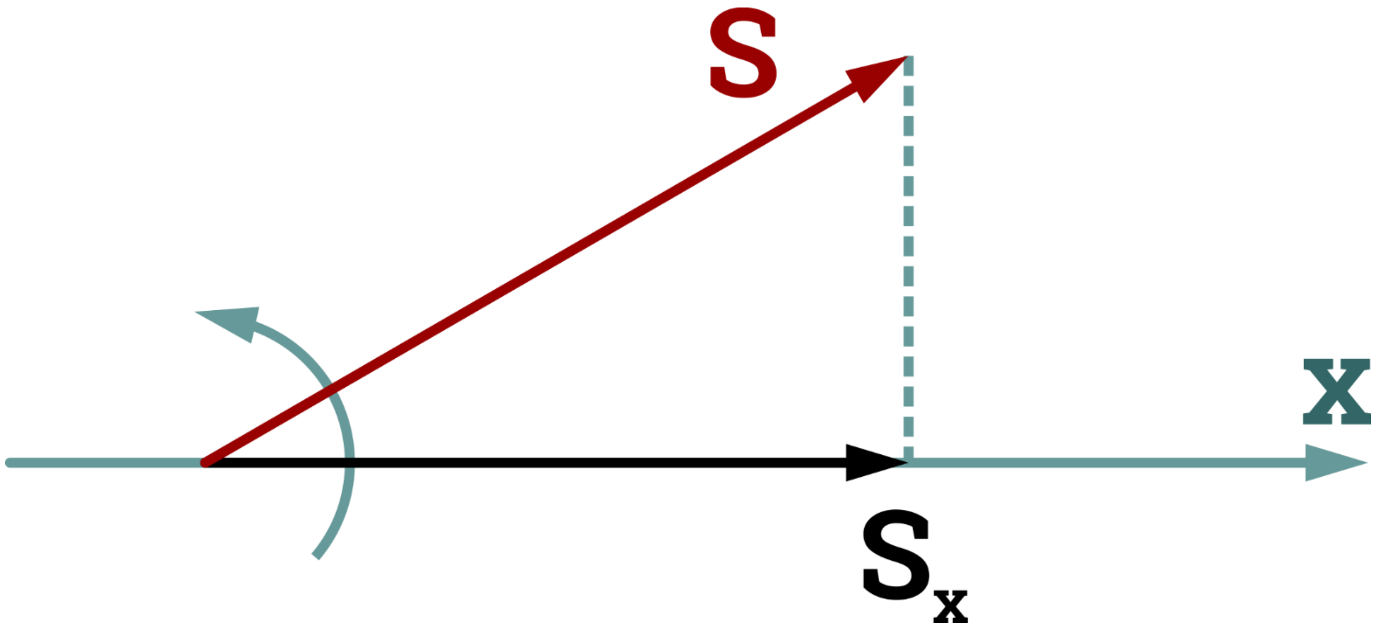
Переменный ток

Переменным током называют электрический ток, который периодически изменяется по модулю и направлению

$$U = U_{max} \cos \omega t$$

Переменный ток можно считать **квазистационарным**, т. е. для него мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи практически одинаковы

Метод векторных диаграм



Переменный ток, через сопротивление

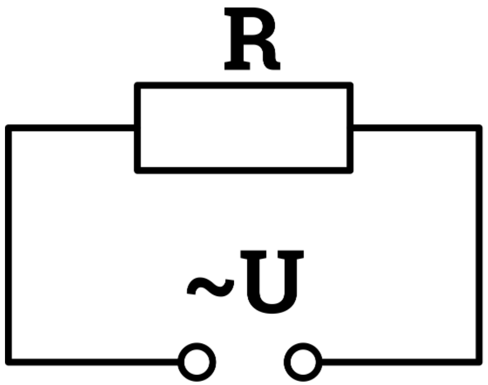
$R \neq 0$

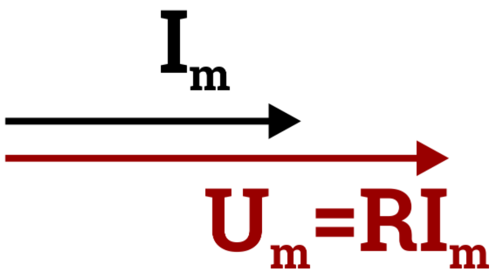
$C = 0$

$L = 0$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R}\cos\omega t = I_m \cos\omega t$$

R – **омическое** сопротивление (активное)



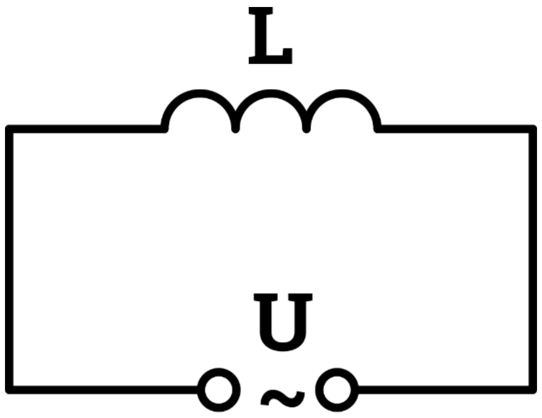


Переменный ток, через индуктивность

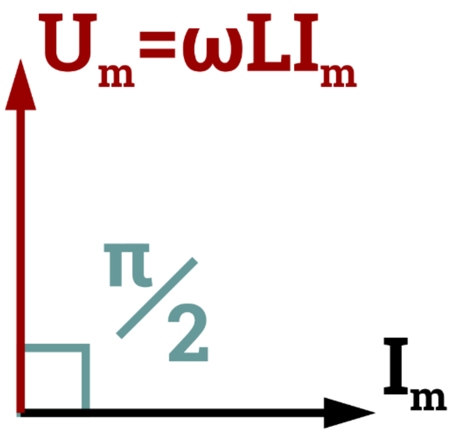
$R = 0$

$C = 0$

$L \neq 0$



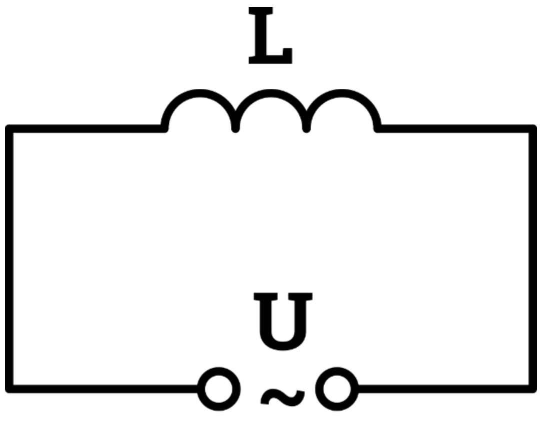
$$I_m \cos \omega t - \frac{LdI}{dt} = 0$$



$$I = \frac{U_m}{\omega R} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

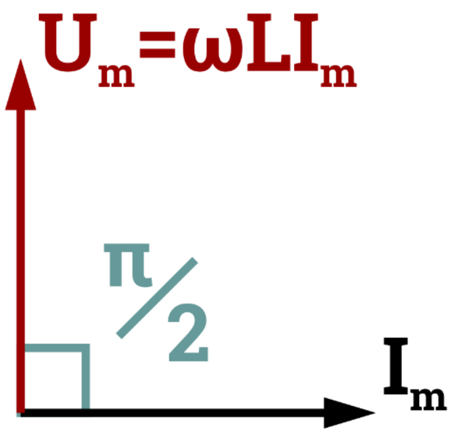
Переменный ток, через индуктивность

Падение напряжения **опережает** по фазе ток, текущий через катушку, на $\frac{\pi}{2}$, что и показано на векторной диаграмме



$$I = \frac{U_m}{\omega R}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$\mathrm{R}_L = \omega R$ – **индуктивное** сопротивление



Переменный ток, через емкость

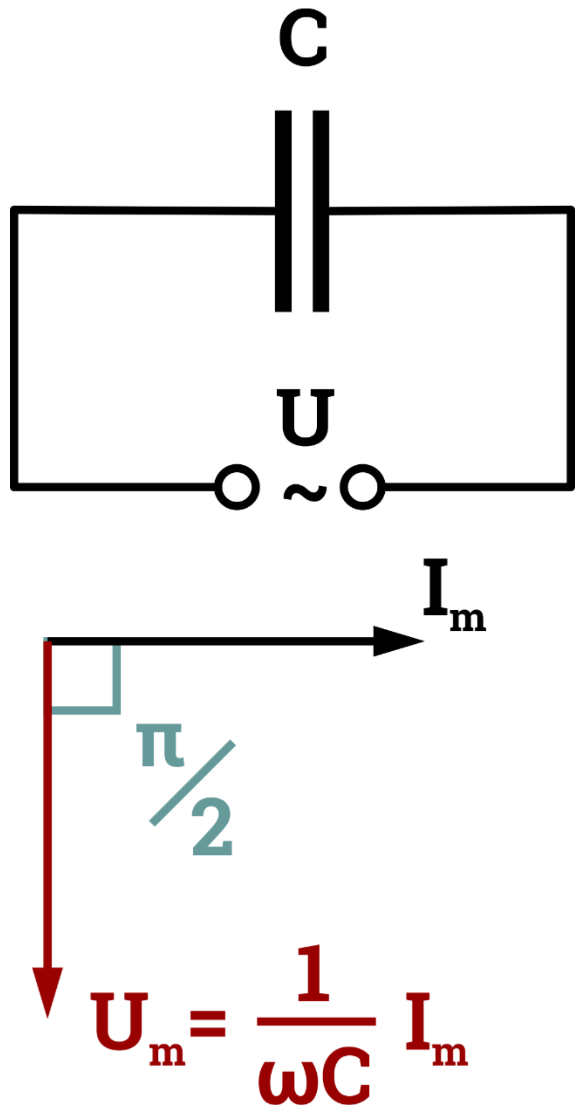
$$R = 0$$

$$C \neq 0$$

$$L = 0$$

$$\frac{q}{C} = U_C = U_m \cos \omega t$$

$$I = \frac{dI}{dt} = -\omega C U_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



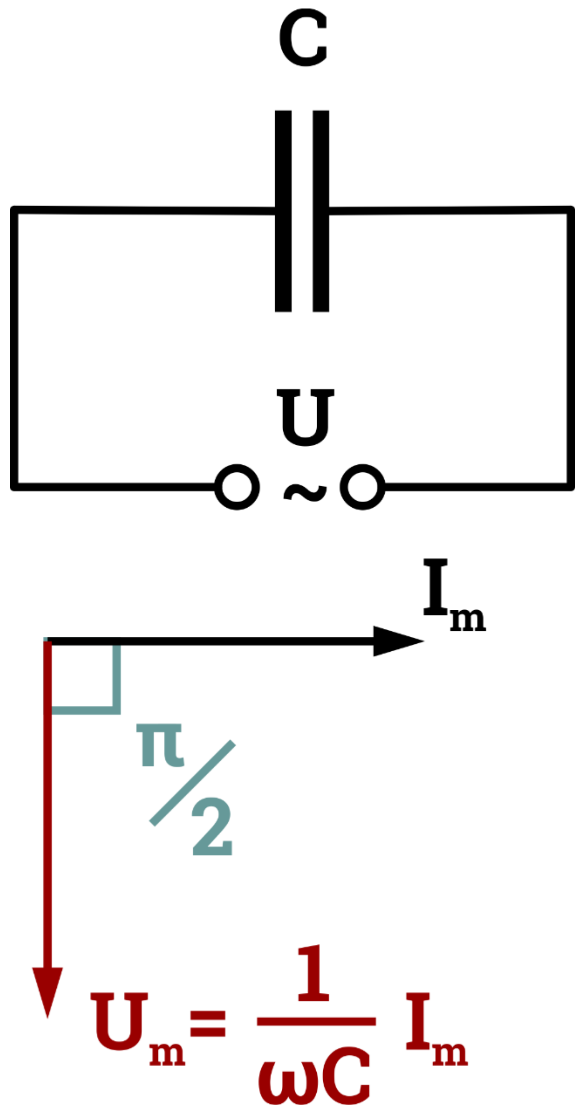
Переменный ток, через емкость

Напряжение **отстает** по фазе от

текущего через конденсатор тока на $\frac{\pi}{2}$

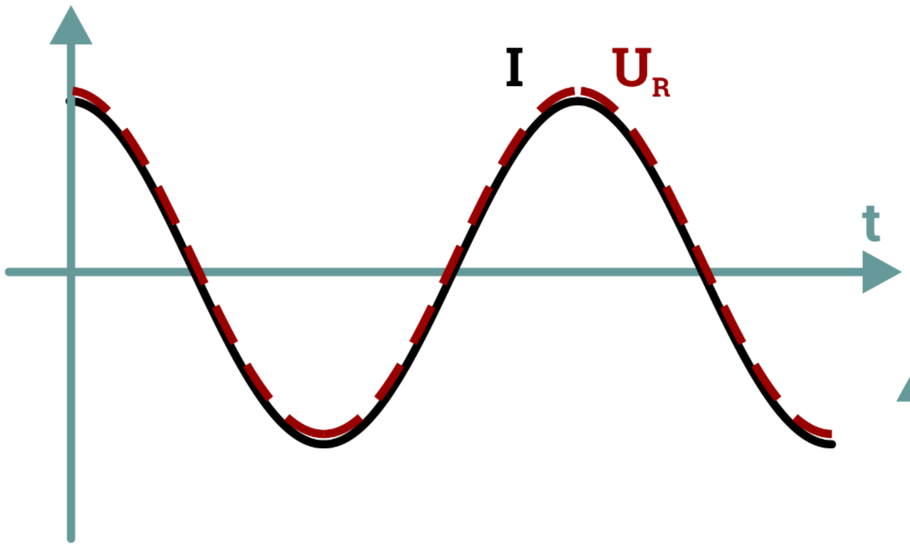
$$I = \frac{dI}{dt} = -\omega C U_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\mathrm{R}_C = \frac{1}{\omega C}$ – **емкостное** сопротивление

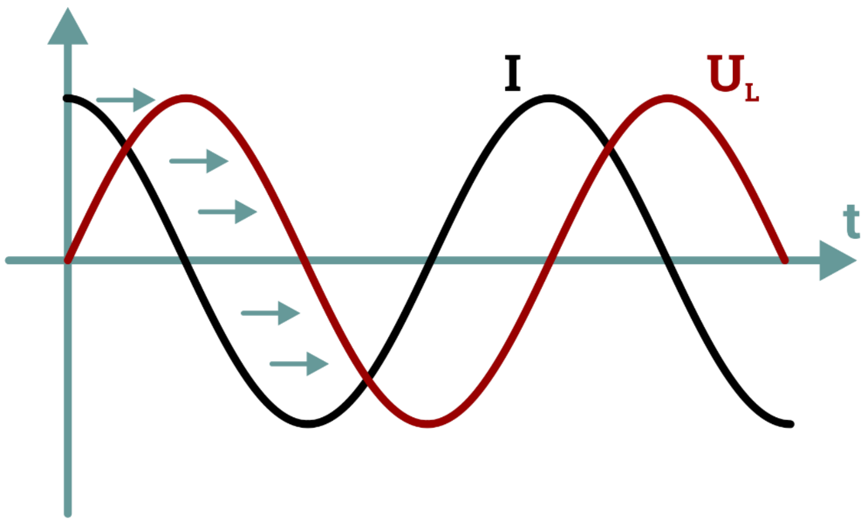


Напряжение и ток в элементах цепи

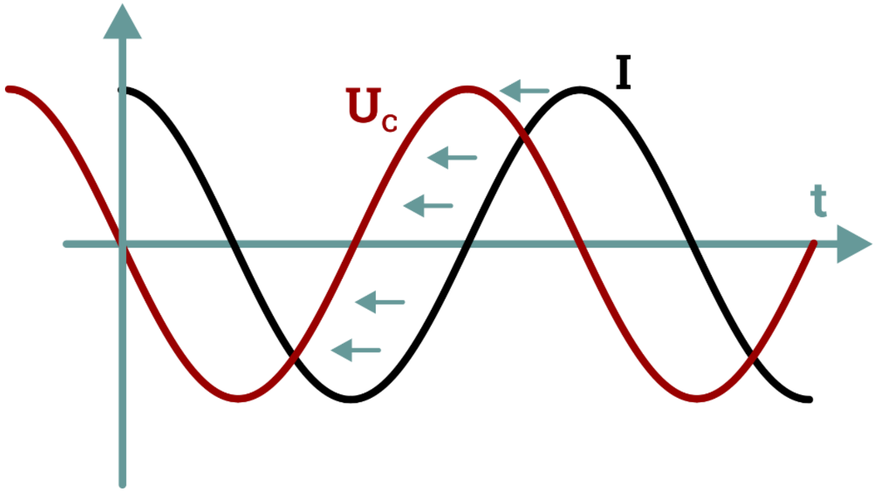
Сопротивление



Катушка



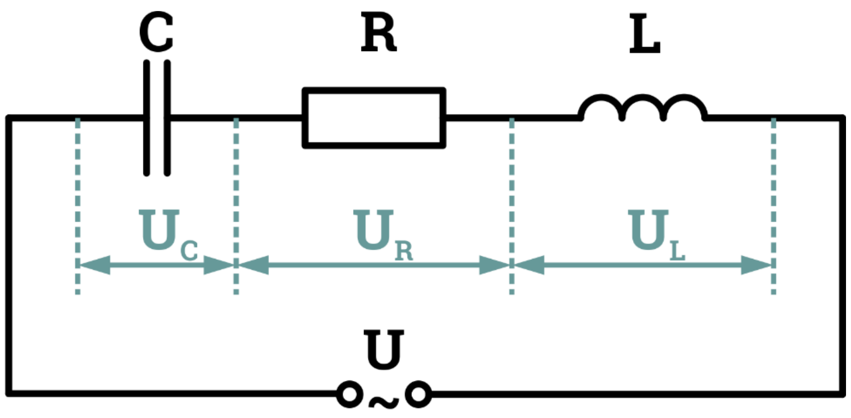
Емкость



Цепь переменного тока, содержащая емкость, индуктивность и сопротивление

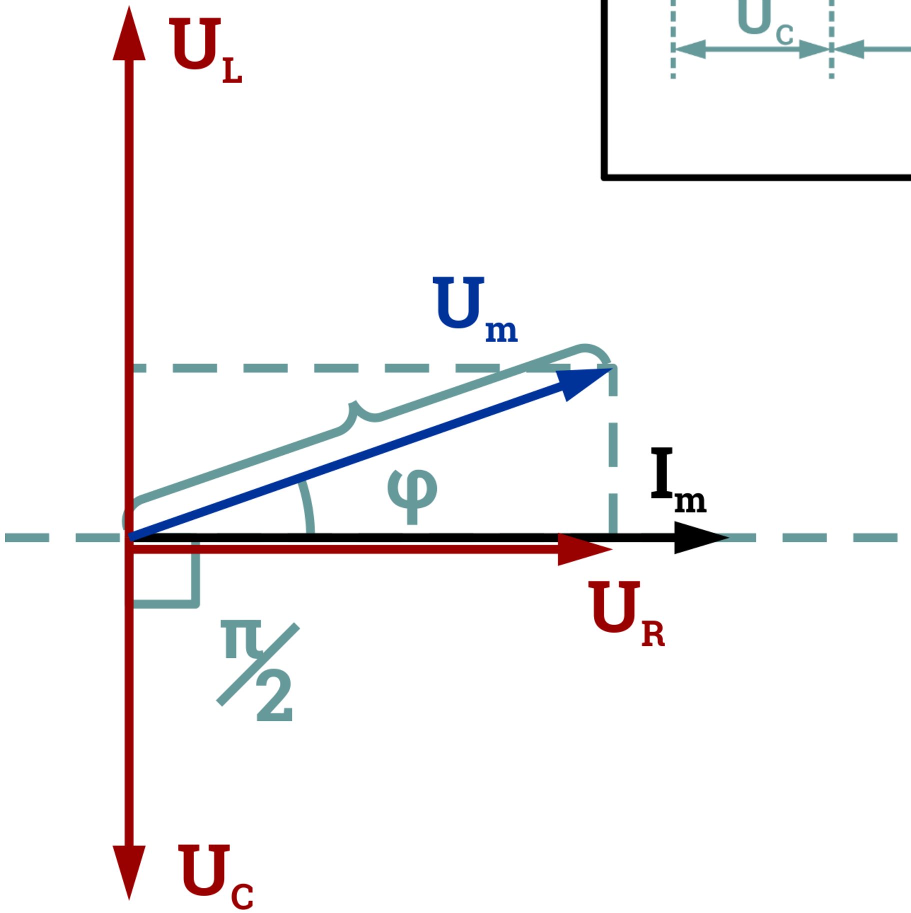
$R \neq 0, C \neq 0, L \neq 0$

$I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$



$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



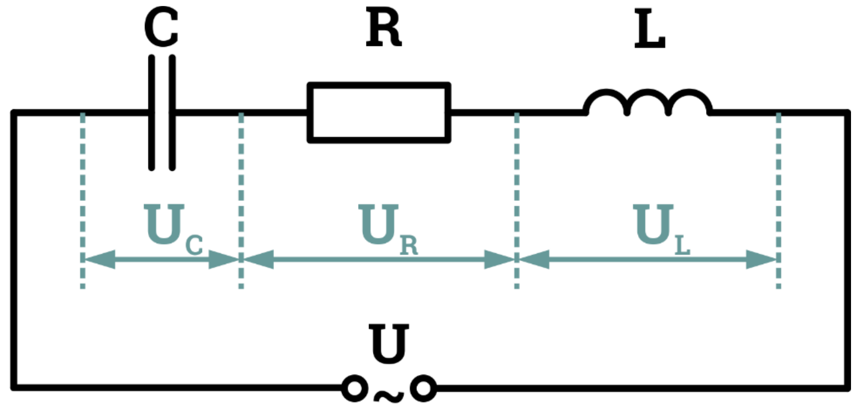
Цепь переменного тока, содержащая емкость, индуктивность и сопротивление

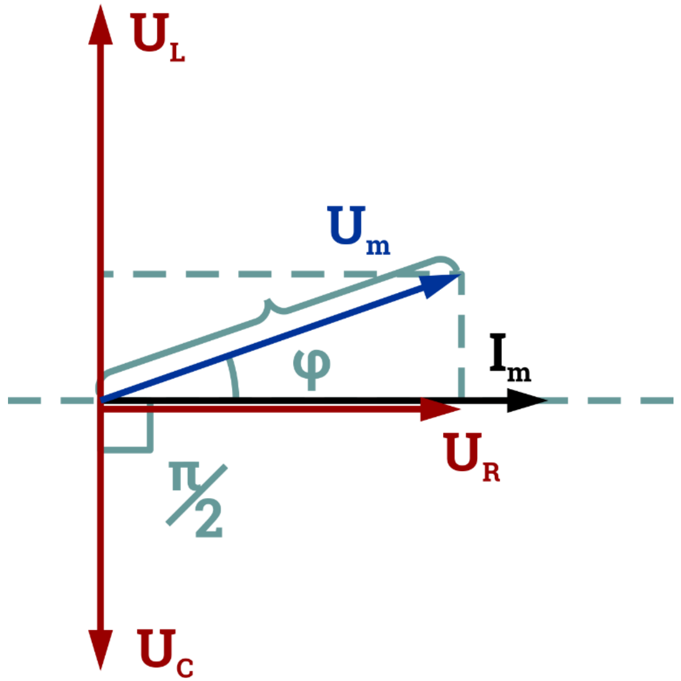
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

полное сопротивление





Конспект

- Переменный ток через индуктивность и сопротивление
- **Резонанс** напряжений
- **Резонанс** токов
- Мощность переменного тока