Лекция 2.3.
Электроемкость проводников и конденсаторов. Энергия электрического поля.

План

1. Проводники в электростатическом поле
2. Электрическая емкость уединенного проводника
3. Конденсаторы
4. Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля

1. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль.

Это происходит в течение очень короткого времени. В самом деле, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии.

Итак, напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю:

$$\mathbf{E} = 0$$

Отсутствие поля внутри проводника означает, согласно $\mathbf{E} = grad\varphi$, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ($\varphi = const$), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является *эквипотенциальной*.

Отсюда же следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей $\mathbf{E}$ заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов.

Если проводнику сообщить некоторый заряд q, то нескомпенсированные заряды располагаются *только на поверхности* проводника. Это следует непосредственно из теоремы Гаусса

$\oint\limits_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \oint\limits_S D_n dS = \sum\limits_{i=1}^{n} q_i$, согласно которой заряд q , находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью, равен

$$q = \oint\limits_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \oint\limits_S D_n dS = 0,$$

т.к. во всех точках внутри поверхности $D = 0$.

Найдем взаимосвязь между напряженностью $\mathbf{E}$ поля вблизи поверхности заряженного проводника и поверхностной плотностью σ зарядов на его поверхности. Для этого применим теорему Гаусса к бесконечно малому цилиндру с основаниями ΔS , пересекающему границу проводник — диэлектрик.

Ось цилиндра ориентирована вдоль вектора $\mathbf{E}$ (**рис. 1**). Поток вектора электрического смещения через внутреннюю часть цилиндрической поверхности равен нулю, так как внутри проводника $\mathbf{E}_1$ (а следовательно, и $\mathbf{D}_1$) равен нулю, поэтому поток вектора $\mathbf{D}$ сквозь замкнутую цилиндрическую поверхность определяется только потоком сквозь наружное основание цилиндра.

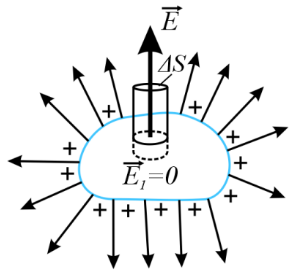

Рис. 1.

Согласно теореме Гаусса

$$\oint\limits_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = \oint\limits_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i ,$$

этот поток ($D\Delta S$) равен сумме зарядов ($q = \sigma\Delta S$), охватываемых поверхностью:

$$D\Delta S = \sigma\Delta S,$$

т.е.

$$D = \sigma \qquad (1)$$

или

$$E = \frac{\sigma}{(\varepsilon_0 \varepsilon)}, \qquad (2)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

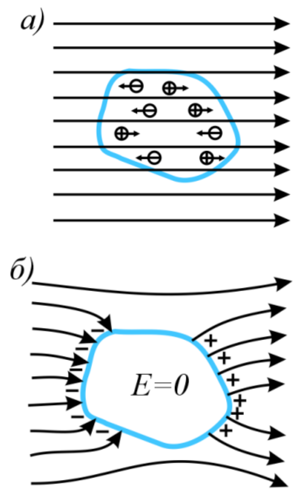

Рис. 2.

Таким образом, напряженность электростатического поля у поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов. Можно показать, что соотношение (2) задает напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника *любой формы*.

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные – по полю, отрицательные – против поля (**рис. 2, а**). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти заряды называются **индуцированными.** Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными его поверхности (**рис. 2, б**).

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника.

Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**.

Из **рис. 2, б** следует, что индуцированные заряды появляются на проводнике вследствие *смещения* их под действием поля, т. е. σ является поверхностной плотностью смещенных зарядов. По (1), электрическое смещение D вблизи проводника численно равно поверхностной плотности смещенных зарядов. Поэтому вектор **D** получил название вектора электрического смещения.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, то создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать. Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т. е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом основана **электростатическая защита** — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая, кстати, является эффективной при наличии не только постоянных, но и переменных электрических полей.

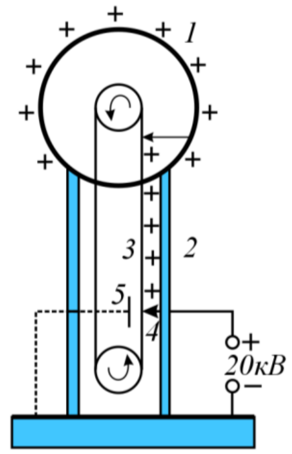

Рис. 3. Электростатический генератор Ван-дер-Граафа

Свойство зарядов располагаться на внешней поверхности проводника используется для устройства **электростатических генераторов,** предназначенных для накопления больших зарядов и достижения разности потенциалов в несколько миллионов вольт.

Электростатический генератор, изобретенный американским физиком *Р. Ван-де-Граафом* (1901—1967), состоит из шарообразного полого проводника *1* (**рис. 3**), укрепленного на изоляторах *2*. Движущаяся замкнутая лента *3* из прорезиненной ткани заряжается от источника напряжения с помощью системы остриев *4*, соединенных с одним из полюсов источника, второй полюс которого заземлен. Заземленная пластина *5* усиливает стекание зарядов с остриев на ленту. Другая система остриев *6* снимает заряды с ленты и передает их полому шару, и они переходят на его внешнюю поверхность. Таким образом, сфере передается постепенно большой заряд и удается достичь разности потенциалов в несколько миллионов вольт. Электростатические генераторы применяются в высоковольтных ускорителях заряженных частиц, а также в слаботочной высоковольтной технике.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ УЕДИНЕННОГО ПРОВОДНИКА

Рассмотрим **уединенный проводник,** т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, согласно

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

прямо пропорционален заряду проводника.

Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать

$$q = C\varphi,$$

где

$$C = \frac{q}{\varphi} \qquad (3)$$

◀ **Электроемкость**

Величину (3) называют **электроемкостью** (или просто **емкостью**) уединенного проводника.

Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Единица электроемкости — **фарад (Ф)**:

$$C = [\Phi]$$

1 Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Согласно

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

потенциал уединенного шара радиуса R, находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε, равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}$$

Используя формулу (3), получим, что емкость шара

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (4)$$

◀ **Электроемкость шара**

Уединенный проводник (общая формула)	$\varphi = \frac{W_{потен}}{q}$	$C = \frac{q}{\varphi}$
Уединенный шар	$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}$	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$

3. КОНДЕНСАТОРЫ

Как видно из **§2**, для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов.**

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом q, т. е. понижают потенциал проводника, что приводит (см. (3)) к повышению его электроемкости.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют:

1) две плоские пластины;
2) два коаксиальных цилиндра;
3) две концентрические сферы.

Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские, цилиндрические** и **сферические**.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами.

Из формулы (4) следует, что емкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус

$R=C/(4\pi\varepsilon_0)\approx 9\cdot 10^6$ *км*, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C\approx 0{,}7$ *мФ*).

Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы – миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ).

Из формулы (4) вытекает также, что единица электрической постоянной ε_0 – **фарад на метр (Ф/м)**

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{Ф}{м}\right]$$

Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)} \qquad (5)$$

◄ **Электроемкость конденсатора**

Рассчитаем емкость **плоского конденсатора**, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+q$ и $-q$.

Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Его можно рассчитать используя формулы (5) и:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$

При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними, согласно

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{(\varepsilon_0 \varepsilon)}, \qquad (6)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость.

Тогда из формулы (5), заменяя $q = \sigma S$, с учетом (6) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \qquad (7)$$

◄ **Электроемкость плоского конденсатора**

Для определения емкости **цилиндрического конденсатора**, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 $(r_2 > r_1)$, вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками.

Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью

$$\tau = \frac{q}{l}$$

где l – длина обкладок.

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_{r1}^{r2}Edr=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{dr}{r}=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1} \qquad (8)$$

Подставив (8) в (5), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора:

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \qquad (9)$$

◄ **Электроемкость цилиндрического конденсатора**

Для определения емкости **сферического конденсатора**, состоящего из двух концентрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика, используем формулу для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 ($r_2>r_1$) от центра заряженной сферической поверхности.

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_{r1}^{r2}Edr=\int_{r1}^{r2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1-\varphi_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \qquad (10)$$

Подставив (10) в (5), получим

$$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_1r_2}{r_2-r_1} \qquad (11)$$

◄ **Электроемкость сферического конденсатора**

Если $d=r_2-r_1<<r_1$, то $r_2\approx r_1\approx r$ и $C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r^2}{d}$. Так как $4\pi r^2$ – площадь сферической обкладки, то получаем формулу (7).

Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического а плоского конденсаторов совпадают. Этот вывод справедлив и для цилиндрического конденсатора: при малом зазоре между цилиндрами по сравнению с их радиусами в формуле (9) логарифм можно разложить в ряд, ограничиваясь только членом первого порядка. В результате опять приходим к формуле (7).

Из формул (7), (9) и (11) вытекает, что емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсатор (общая формула)	$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 Edx$	$C=\dfrac{q}{(\varphi_1-\varphi_2)}$
Плоский конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma d}{(\varepsilon_0\varepsilon)}$	$C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$
Цилиндрический конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\dfrac{r_2}{r_1}=\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\dfrac{r_2}{r_1}$	$C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}$
Сферический конденсатор	$\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$	$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\dfrac{r_1r_2}{r_2-r_1}$

Конденсаторы характеризуются **пробивным напряжением** – разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит **пробой** – электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе.

Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

1. Параллельное соединение конденсаторов (**рис. 4**). У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\varphi_A-\varphi_B$. Если емкости отдельных конденсаторов $C_1, C_2, \ldots, C_n$, то, согласно (5), их заряды равны

$$\begin{cases} q_1=C_1(\varphi_A-\varphi_B) \\ q_2=C_2(\varphi_A-\varphi_B) \\ \ldots \\ q_n=C_n(\varphi_A-\varphi_B) \end{cases},$$

а заряд батареи конденсаторов

$$q=\sum_{i=1}^{n}q_i=(C_1+C_2+\ldots+C_n)(\varphi_A-\varphi_B)$$

Полная емкость батареи

$$C=\frac{q}{(\varphi_A-\varphi_B)}=C_1+C_2+\ldots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i,$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

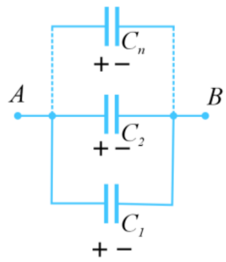

Рис. 4. Паралельное соединение

2. Последовательное соединение конденсаторов (рис. 5). У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи:

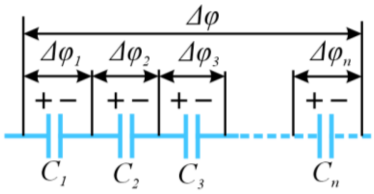

Рис. 5. Последовательное соединение

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i \,,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов

$$\Delta\varphi_i = \frac{q}{C_i}$$

С другой стороны,

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C} = q\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{C_i}\right)$$

откуда

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \,,$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям.

Таким образом, при .последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

4. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ, УЕДИНЕННОГО ПРОВОДНИКА И КОНДЕНСАТОРА. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Электростатические силы взаимодействия консервативны; следовательно, система зарядов обладает потенциальной энергией. Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией:

$$W_1 = q_1\varphi_{12}\,,\; W_2 = q_2\varphi_{21}\,,$$

где φ_{12} и φ_{21} – соответственно потенциалы, создаваемые зарядом q_2 в точке нахождения заряда q_1 и зарядом q_1 в точке нахождения заряда q_2.

Согласно

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\,,$$

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} \quad \text{и} \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

поэтому $W_1 = W_2 = W$ и

$$W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21})$$

Добавляя к системе из двух зарядов последовательно заряды $q_3, q_4, \ldots$, можно убедиться в том, что в случае n неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i\,, \qquad (12)$$

◄ **Энергия системы точечных зарядов**

где φ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-го.

2. Энергия заряженного уединенного проводника. Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны q, C, φ. Увеличим заряд этого проводника на dq. Для этого необходимо перенести заряд dq из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dq = C\varphi d\varphi$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ, необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad (13)$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} \qquad (14)$$

Формулу (14) можно получить и из того, что потенциал проводника во всех его точках одинаков, так как поверхность проводника является эквипотенциальной. Полагая потенциал проводника равным φ, из (12) найдем

$$W = \frac{1}{2}\varphi\sum_{i=1}^{n} q_i = \frac{q\varphi}{2}\,,$$

◄ **Энергия проводника**

где $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ – заряд проводника.

3. Энергия заряженного конденсатора. Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая в соответствии с формулой (14) равна

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \tag{15}$$

◀ **Энергия конденсатора**

где q – заряд конденсатора,

C – его емкость,

$\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Используя выражение (15), можно найти **механическую (пондеромоторную**) силу.

Механическая (пондеромоторная) сила – сила, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга

Для этого предположим, что расстояние x между пластинами меняется, например, на величину dx. Тогда действующая сила совершает работу $dA = Fdx$ вследствие уменьшения потенциальной энергии системы $Fdx = -dW$, откуда

$$F = -\frac{dW}{dx} \tag{16}$$

Подставив в (15) выражение (14), получим

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S}x \tag{17}$$

Производя дифференцирование при конкретном значении энергии (см. (16) и (17)), найдем искомую силу:

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S},$$

◀ **Пондеромоторная сила**

где знак минус указывает, что сила F является силой притяжения.

4. Энергия электростатического поля. Преобразуем формулу (15), выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$ и разности потенциалов между его обкладками $\Delta\varphi = Ed$. Тогда

$$W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}Sd = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V, \tag{18}$$

◀ **Энергия электростатического поля**

где $V = Sd$ — объем конденсатора.

Формула (18) показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E.

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = \frac{W}{V} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{E^2}{2} = \frac{ED}{2} \qquad (19)$$

Объемная плотность энергии электростатического плоя

Выражение (19) справедливо только для **изотропного диэлектрика,** для которого выполняется соотношение $\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E}$.

Расписав в этой формуле D получим для w следующее выражение:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{E}(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{EP}}{2}$$

Первое слагаемое в этом выражении совпадает с плотностью энергии поля $\mathbf{E}$ в вакууме. Второе слагаемое представляет собой энергию затрачиваемую на поляризацию диэлектрика.

Формулы (15) и (18) соответственно связывают энергию конденсатора *с зарядом* на его обкладках и *с напряженностью поля.* Возникает, естественно, вопрос о локализации электростатической энергии и что является ее носителем — заряды или поле? Ответ на этот вопрос может дать только опыт.

Электростатика изучает постоянные во времени поля неподвижных зарядов, т. е. в ней поля и обусловившие их заряды неотделимы друг от друга. Поэтому электростатика ответить на поставленные вопросы не может.

Дальнейшее развитие теории и эксперимента показало, что переменные во времени электрические и магнитные поля могут существовать обособленно, независимо от возбудивших их зарядов, и распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн, *способных* переносить энергию.

Это убедительно подтверждает основное положение теории близкодействия о том, что энергия локализована в поле и что носителем энергии является поле.

Энергия системы неподвижных точечных зарядов	$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i$
Энергия заряженного уединенного проводника	$W = \frac{1}{2}\varphi \sum_{i=1}^{n} q_i = \frac{q\varphi}{2}$
Энергия заряженного конденсатора	$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}$
Энергия электростатического поля	$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$

Объемная плотность энергии электростатического поля	$w = \frac{W}{V} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{E^2}{2} = \frac{ED}{2}$

Вычислим энергию поля заряженного шара радиуса R, помещенного в однородный безграничный диэлектрик. Напряженность опля в этом случае является функцией только от r:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}$$

Разобьем окружающее шар пространство на концентрические шаровые слои толщиной dr. Объем слоя равен $dV = 4\pi r^2 dr$. В нем заключена энергия

$$dW = wdV = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2} \right) 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{dr}{r^2}$$

Энергия поля равна

$$W = \int dW = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R} = \frac{q^2}{2C}$$

Полученное выражение совпадает с найденным выражение для энергии заряженного проводника.

Сообщим обкладкам плоского конденсатора с воздушным зазором заряды $+q$ и $-q$. Относительная диэлектрическая проницаемость воздуха практически равна единице. Поэтому емкость конденсатора можно считать равной $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, а энергию $W_0 = \frac{q^2}{2C_0}$.

Теперь погрузим обкладки частично в жидкий диэлектрик (**рис. 6**) в этом случае конденсатор можно рассматривать как два параллельно включенных конденсатора, один из которых имеет площадь обкладки, равную xS (x – относительная часть зазора, заполненная жидкостью), и заполнен диэлектриком с $\varepsilon > 1$, второй с воздушным зазором имеет площадь обкладки, равную $(1 - x)S$. Вычисляя емкость, получаем

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S(1-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S x}{d} = C_0 + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)S}{d} x > C_0$$

Энергия же W будет меньше, чем W_0. Следовательно, заполнение зазора диэлектриком будет энергетически выгодным. Поэтому диэлектрик втягивается в конденсатор и уровень его в зазоре поднимается. Это в свою очередь приводит в возрастанию потенциальной энергии диэлектрика в поле сил тяжести.

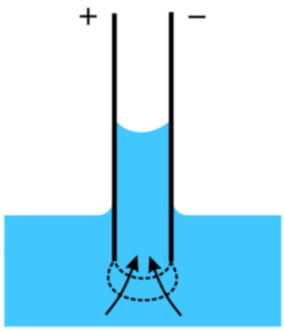

Рис.6.

В конечном итоге уровень диэлектрика в зазоре установится на некоторой высоте, соответствующей минимуму суммарной энергии (электрического поля и обусловленной силами тяжести). Это явление сходно с капиллярным поднятием жидкости в узком зазоре между пластинками.

Втягивание диэлектрика в зазор между обкладками можно объяснить также и с микроскопической точки зрения. У краев пластин конденсатора имеется неоднородное поле. Молекулы диэлектрика обладает собственным дипольным моментом либо приобретают его под действием поля; поэтому на них действуют силы, стремящиеся переместить их в область сильного поля, т.е. внутрь конденсатора. Под действием этих сил жидкость втягивается в зазор до тех пор, пока электрические силы, действующие на жидкость у краев пластин, не будут уравновешенны весом столба жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.

2. Трофимова Т.И. Курс Физики. М.- Академия, 2007.

3. Савельев П.В. Курс физики. Изд. 4, Т. 1, 2, 3. – СПб.: Лань, 2008.